

## 加速器束流动力学期刊论文导读 (2022 年 8 月)

受“京师物理”公众号启发，我们几个同好便萌生将加速器领域的代表性期刊 Physical Review Accelerators and Beams (PRAB) 里的论文进行导读。主要 (但不限于) 导读材料选自 PRAB 近期上线的期刊，与部分美国物理学会 (American Physical Society, APS) 旗下的其它期刊或过去 PRST-AB、Elsevier 的核物理与技术 Nuclear Instruments and Methods (NIM) 期刊等可能涉及加速器方面的论文。与超快电子衍射成像动力学相关的论文则不在此限。

预期论文导读将于每个月初收集后发布，在 [http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh\\_CN/article/2191806/content/1551.htm#article](http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh_CN/article/2191806/content/1551.htm#article) 可以找到过去的导读文档。限于成员水平，导读仍许多地方有待改进 (正)。任何关于导读内容的指正、建议、意见都欢迎提出、交流，我们期待从交流讨论中激发的可能研究课题。

本期 (2022 年 8 月) 导读结果统计如下表

成员姓名	导读列表	联系方式
蔡承颖	[1]、[2]、[3]、[4]、[5]、[6]、[7]、[8]	jcytsai@hust.edu.cn

## 目录

1	同步辐射的早期历史 [JSR 5] Synchrotron Radiation – Early History	3
2	同步辐射与自由电子激光项目概观 [TUZ04A] Overview of synchrotron radiation and free-electron laser projects	5
3	衍射极限储存环光源的展望与挑战 [MOYAB1] Perspectives and challenges for diffraction-limited storage ring light sources	8
4	阻抗建模及其在集体效应的应用 [PRAB 24-10] Impedance modeling and its application to the analysis of the collective effects	12
5	利用直接求解麦克斯韦数值解的相干同步辐射场动力学 [PRAB 14-06] Field dynamics of coherent synchrotron radiation using a direct numerical solution of Maxwell's equations	17
6	尾场函数与阻抗 Wake and Impedance	21
7	一种分析同步辐射的简化方法 [AJP 79] A simplified approach to synchrotron radiation	23
8	能量啁啾电子束在弯转磁场中由于曲率运动轨迹引起的束团内部交互作用 [PRST-AB 11-02] Curvature-induced bunch self-interaction for an energy-chirped bunch in magnetic bends	25

## 1 同步辐射的早期历史 [JSR 5]

### Synchrotron Radiation – Early History

#### 1.1 基本信息

- 分类：同步辐射
- 作者：John P. Blewett (BNL)
- 类型：综述
- 链接：<https://journals.iucr.org/s/issues/1998/03/00/hi3494/hi3494.pdf>

#### 1.2 摘要

对同步辐射的理论预测与实验观察将回溯到 1945 年或甚至更早。这篇论文根据作者自身所见所闻，总结了同步辐射的早期历史。

#### 1.3 贡献或创新点

- 贡献：目前认为同步辐射的实验发现与观测在 1945 至 1947 年期间。但最早对“同步辐射”的理论探索可以追溯至 1873 年 Maxwell 与 1887 年 Hertz 的工作<sup>1</sup>。更相关的理论则是首次在 1898 年，由巴黎高等矿业学院 (Ecole des Mines de Paris) 的 Alfred Lienard 给出，当时有了“推迟位”(retarded potential) 的概念。

1898 年 Lienard 的工作被认为是“幸运”的，因为当时狭义相对论还没有被正式提出。但是，由于 Maxwell 电磁理论在洛伦兹变换下具有不变性，因此，Lienard 的分析在狭义相对论被提出之后仍是正确的。值得注意的是，1898 年时，能够发出辐射的（自由）“电子”还没有正式被发现<sup>2</sup>。电子也还没有能够被加速到足够高的能量而产生足够被实验探测到的同步辐射能量。

---

<sup>1</sup>当时显然还没有“同步辐射”一词。

<sup>2</sup>当时已有对于“阴极射线”的研究，但是直到 1906 年，J.J. Thomson (1856-1940) 才因发现电子而获诺贝尔奖。本文作者在 1936-1937 年间前往剑桥大学 Cavendish 实验室，当时 J.J. Thomson 虽然已经退休，但仍时常在实验室活动。

差不多同时期，在 1990 年德国哥廷根大学的 Emil Wiechert 也独立发表了类似的结果。因此，现在一般称 Lienard-Wiechert 公式。

关于同步辐射研究的许多主要理论成果被认为是 1912 年由剑桥大学 George Schott 的一本著作 (作为 Adam Prize 的作品)<sup>3</sup>。Schott 的书中已经给出了各种同步辐射的特性，包含电子辐射能量损失、同步辐射角分布、极化特性、同步辐射频谱等。

苏联对同步辐射的研究或许自 1939 年起，列宁格勒大学的 I. Pomeranchuk 对宇宙射线中的高能电子 ( $> 10^{16}$  eV) 放出的“同步”辐射。

要通过加速器得到高能电子还需要一段时间酝酿，一直到 1941 年，美国伊利诺大学 Donald Kerst (1911-1993) 成功建造 2.3-MeV betatron 电子加速器。当时，通用电气公司 (General Electric Company, GE) 对建造 20 MeV betatron 开始感兴趣。在 GE 工程师协助下，在 1942 年成功建造 20 MeV betatron<sup>4</sup>。当时他们认为 20 MeV 能量太低，无法观察到“同步”辐射。后来，Kerst 离开 GE。1945 年，GE 的两位其他工程师 E.E. Charlton 与 Westendorp 建造了 100 MeV betatron，希望看到“同步”辐射。

这篇论文作者在当时已经是 GE 成员，虽然不是研究辐射而是热阴极电子方面。1946 年作者发表了关于同步辐射的讨论，以及认为在可见光波段应该可以看到，但是当时真空管都不是透明的，因此尚未观测到。1946 年，Schwinger 在美国物理学会会议 (APS) 有更深入讨论，但一直到 1949 年才发表。

值得注意的是，1945 年之后，McMillan 与 Veskler 提出了一种称为同步加速器的发明，为 300 MeV 设计。当时，GE 希望抢在 McMillan 之前，设计 70 MeV，为第一个完成同步加速器的建造，但是后来意外由英国先完成 8 MeV 同步加速器。GE 的 70 MeV 同步加速器于 1947 年完成，该年 GE 也顺利从实验上观测到同步辐射。

## 1.4 其它

在这篇论文的最后两段，作者提到，在 1965 年之前，同步辐射被视为影响高能加速器效能的“麻烦”。但是，现在则有成千上万用户积极使用同步辐射。作者通过亲身经历有感而发地引用一句古谚“*When Fate deals you nothing but lemons, make lemonade.*”

---

<sup>3</sup>考虑到当时时空背景，在 Schott 书中，甚至讨论了当电子运动速度超过光速的情况。

<sup>4</sup><https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.1770070>

## 2 同步辐射与自由电子激光项目概观 [TUZ04A]

### Overview of synchrotron radiation and free-electron laser projects

#### 2.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：R.P. Walker (Sincrotrone Trieste, 意大利)
- 类型：综述
- 链接：<https://accelconf.web.cern.ch/e98/PAPERS/TUZ04A.PDF>

#### 2.2 摘要

这篇论文发表于 1998 年欧洲粒子加速器会议 (EPAC 1998)，主要总结了当时同步辐射与自由电子激光项目概观。

#### 2.3 贡献或创新点

- 贡献：这篇论文提供了两个表格，分别整理了当时同步辐射 (SR) 与自由电子激光 (FEL) 项目的几个重要参数，如下图。论文开始开始简单定义四代光源的区别，其中，第四代光源仅提到自由电子激光，超低横向发射度的衍射极限储存环当时还不在于讨论之列。并且，当时 FEL 项目相对较少，且多为长波长、低增益振荡器模式。
- 创新点：这篇论文概括讨论了目前这些加速器设计的特点/趋势，包含
  - 同步辐射加速器一般 80% 机器时间提供用户，剩下机时“依序”用于提高束团电流<sup>5</sup>、抑制集体效应、降低发射度<sup>6</sup>、提高可靠性、延长束团寿命<sup>7</sup>、提高束团能量等。
  - 由上衍生出四代同步辐射储存环等概念：通过拉伸纵向束长，同时保持横向发射度，也维持束团寿命。拉伸纵向束长可以通过引入高次谐波谐振腔 (high harmonic cavity, HHC)，束团拉伸之后，集体效应<sup>8</sup>也一定程度获得缓解。

---

<sup>5</sup>因此提高辐射亮度。

<sup>6</sup>因此提高辐射亮度，但会减短束团寿命。

<sup>7</sup>提高束团能量或增加束团六维相空间体积可以延长束团寿命。

<sup>8</sup>特别是 (纵向) 耦合束团不稳定性。

Table 1. Main parameters of existing and proposed SR facilities. Type: P(artially) Ded(icated), Par(asitic); Status: Op(erational), Comm(issioning), Constr(uction), Prop(osed); C = circumference;  $E_{inj}$ ,  $E_{op}$  = injection, operational energy (most typical energy underlined);  $I_b$  = actual/nominal max. beam current (mA),  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  = horiz., vert. emittances (nm rad) (at typical energy); Op.h. = total no. hours scheduled operation in '98; User% = percentage of Op.h. for SR users in '98; Eff. = op. efficiency (%) for users in '97; ID/NID = no. installed/total no. ID straights. († FY97)

Facility	Type	Status	C (m)	$E_{inj}$	$E_{op}$	$I_b$	$\epsilon_x, \epsilon_y$	Op.h.	User%	Eff.	ID/NID
<i>Brazil</i>											
LNLS UVX	Ded.	Op. '97	93	0.12	1.37	100	100, 0.4	3625	63	96	0/4
<i>Canada</i>											
CLS	Ded.	Prop.	147	2.9	2.9	500	16.3, -	-	-	-	-/10
<i>China</i>											
BEPC	PDed.	Op. '91	240	1.3	2.2	70	76, 0.76	600	88	-	2/-
HNSRL	Ded.	Op. '91	66	0.2	0.8	150	150, 13	4600	50	89	2/3
SSRF	Ded.	Prop.	345	2.2	2.2	400	3.8, -	-	-	-	-/16
<i>Denmark</i>											
ASTRID	PDed.	Op. '94	40	0.1	0.58	175	140, 14	6800	47	95	1/1
ASTRID II	Ded.	Prop.	76	0.5	0.6-1.4	200	10, 1	-	-	-	-/5
<i>England</i>											
DIAMOND	Ded.	Prop.	346	3.0	3.0	300	14, 0.14	-	-	-	-/16
SRS	Ded.	Op. '81	96	0.6	2.0	250	150, 5	6440	88	90	3/5
<i>France</i>											
DCI	Ded.	Op. '75	95	1.85	1.85	325	1600, 190	3823	98	90	1/2
ESRF	Ded.	Op. '92	844	6	6	200	3.8, 0.03	6800	83	96	27/28
SOLEIL	Ded.	Prop.	337	2.5	2.5	500	3.1, 0.03	-	-	-	-/14
SuperACO	Ded.	Op. '85	72	0.8	0.8	420	20, 20	3440	91	89	6/6
<i>Germany</i>											
ANKA	Ded.	Constr.	110	0.5	2.5	400	76, 1.5	-	-	-	0/5
BESSY I	Ded.	Op. '81	62	0.8	0.3-0.8	750	50, 2.5	2000	90	-	3/3
BESSY II	Ded.	Comm.	240	1.9	1.7 (1.9)	100	6, < 0.02	-	-	-	1/14
DELTA	PDed.	Comm.	115	1.5	0.4-1.5	200	15, 0.06	2700	-	-	1/4
DORIS III	Ded.	Op. '73	289	4.5	4.5	120	400, 12	6384	84	91	10/11
ELSA	PDed.	Op. '88	164	1.6	1.6, 2.3	80	400, 8	4000	38	-	0/1
PETRA	PDed.+Par.	Op.	2304	7	12	40	25, 0.75	4400	23	-	1/1
<i>India</i>											
INDUS I	Ded.	Comm.	19	0.45	0.45	100	73, 0.73	-	-	-	0/1
INDUS II	Ded.	Constr.	172	0.7	2.0-2.5	300	37, 3.7	-	-	-	0/5
<i>Italy</i>											
ELETTRA	Ded.	Op. '94	259	1.0	2.0	300	7, 0.1	6528	81	93	6/11
<i>Japan</i>											
HISOR	Ded.	Op. '97	22	0.15	0.7	-	400, -	-	-	-	2/2
New Subaru	Ded.	Constr.	119	1.0	0.5-1.5	100	67, 6.7	-	-	-	0/4
PF	Ded.	Op. '82	187	2.5	2.5, 3.0	400	37, 0.37	4250	80	94	6/7
PF-AR	Ded.	Prop.	377	2.5	6	100	163, 1.63	-	-	-	-/8
SPRING-8	Ded.	Op. '97	1436	8	8	100	7, 0.07	4000	75	97	8/38
TERAS	Ded.	Op. '81	31	0.31	0.75	250	1700, 1700	2000	80	100	2/2
Tohoku U.	Ded.	Prop.	194	1.2	1.5-1.8	300	7.4, -	-	-	-	-/12
UVSOR	Ded.	Op. '83	53	0.6	0.75	240	120, 3	3000	80	99	3/3
VSX	Ded.	Prop.	200	0.3	1.0	200	1, -	-	-	-	-/2
<i>Korea</i>											
PLS	Ded.	Op. '95	281	2.0	2.0	200	12, 0.08	5000	80	91	1/10
<i>Russia</i>											
KSRs SIB.1	Ded.	Op. '83	8.7	0.075	0.45	230	800, -	-	-	-	0/0
KSRs SIB.2	Ded.	Op. '96	124	0.45	2.5	72	100, 1	2500	-	-	0/9
VEPP-2M	PDed.	Op. '72	18	0.6	0.7	300	460, 4.6	-	-	-	2/3
VEPP-3	Par.	Op. '73	74	0.35	2.0	250	270, 2.7	-	-	-	1/2
VEPP-4M	Par.	Op. '98	366	1.8	6.0	100	400, 120	-	-	-	2/4
<i>Spain</i>											
LSB	Ded.	Prop.	252	2.5	2.5	250	8.5, 0.1	-	-	-	-/10
<i>Sweden</i>											
MAX I	PDed.	Op. '86	32	0.1	0.55	250	80, 8	6000	58	95	1/2
MAX II	Ded.	Op. '95	90	0.5	1.5	250	9, 0.9	5000	90	80	5/8
<i>Switzerland</i>											
SLS	Ded.	Constr.	288	2.4	2.4	400	4.8, 0.05	-	-	-	0/9
<i>Taiwan</i>											
TLS	Ded.	Op. '93	120	1.3	1.5	200	27, 0.66	5500	76	90	3/4
<i>U.S.A.</i>											
ALADDIN	Ded.	Op. '85	88	0.108	0.8-1.0	240	110, 3.7	5200	85	95	4/4
ALS	Ded.	Op. '93	197	1.5	1.5, 1.9	400	6, 0.03	6520	85	96	6/10
APS	Ded.	Op. '97	1104	7	7	100	8, 0.08	5900	78	-	18/35
CAMD	Ded.	Op. '92	55	0.18	1.3-1.5	200	235, 2.35	3000	83	-	0/2
CHES	Par.	Op. '80	795	5.3	5.3	190	200, 20	5333	75	-	2/2
NLS VUV	Ded.	Op. '83	51	0.75	0.8	850	160, 3	6853†	75†	96†	5/7
NLS X-ray	Ded.	Op. '82	170	0.75	2.58, 2.8	350	90, 0.1	7014†	81†	98†	2/2
SPEAR II	Ded.	Op. '73	234	2.25	3.0	100	160, 1.6	6900	77	96	6/10
SURF II	Ded.	Op. '74	5.3	0.01	0.3	200	-,-	-	-	-	0/0

Table 2. Main parameters of operating FEL user facilities. E = electron energy;  $\lambda$  = FEL wavelength;  $\Delta t$  = micropulse length;  $P_{\text{micro}}$  = max. output micropulse power [MW];  $P_{\text{mean}}$  = max. average output power [W]; Op.h. = total hours scheduled operation in '98; User.h. = scheduled hours for users in '98; Eff. = op. efficiency (%) for users in '97.

Facility	Accelerator	E (MeV)	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta t$ (ps)	$P_{\text{micro}}$	$P_{\text{mean}}$	Op.h.	User.h	Eff.
AFEL, <i>U.S.A.</i>	linac	14 - 20	4 - 20	$\sim 10$	50	1	$\sim 400$	$\sim 100$	-
CLIO, <i>France</i>	linac	21 - 50	3 - 50	0.5 - 6	$\leq 100$	$\leq 1$	$\sim 3000$	$\sim 2400$	-
Duke Mk.III, <i>U.S.</i>	linac	26 - 40	2.8 - 6.3	-	1	1	-	-	-
Duke OK-4, <i>U.S.</i>	storage ring	240-750	0.226-0.41	-	0.5 - 3	0.15	-	300	-
F-CUBE, <i>Italy</i>	microtron	2 - 5	2-3.5 mm	50	10 kW	0.06	-	-	-
FELI, <i>Japan</i>	linac	20 - 165	0.28 - 40	2 - 3	10	0.3 - 1	2400	2000	85
FELIX, <i>Holland</i>	linac	15 - 50	5 - 100	-	$\leq 100$	0.3	3200	3000	$> 90$
Stanford, <i>U.S.A.</i>	s/c linac	15 - 40	4 - 100	0.3 - 3	1	1	2000	1500	$\sim 80$
SuperACO, <i>France</i>	storage ring	600-800	0.35 - 0.63	20 - 50	1 kW	0.2	650	$\sim 325$	-
UCSB, <i>U.S.A.</i>	electrostatic	2 - 6	63-2.5 mm	1 - 20 $\mu\text{s}$	6 kW	0.1	-	2889†	-
Vanderbilt, <i>U.S.A.</i>	linac	24 - 45	2 - 9.4	$\sim 0.75$	5.8	1.5 - 3	2100	1900	$\sim 80$

(† 1997)

- 同步辐射加速器中的耦合束团不稳定性一直是个问题。除了 HHC 能够有效缓解外，也可以通过对 RF 谐振腔的温度稳定性、阻尼系统、反馈系统 (利用 DSP 技术等) 的巧妙设计有效抑制。
- Top-up injection 技术，能够很好地维持机器运行时的束团电流。

### 3 衍射极限储存环光源的展望与挑战 [MOYAB1]

#### Perspectives and challenges for diffraction-limited storage ring light sources

##### 3.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：R. Hettel (SLAC) and M. Borland (ANL)
- 类型：综述
- 链接：<https://accelconf.web.cern.ch/PAC2013/papers/moyab1.pdf>

##### 3.2 摘要

这篇论文发表于 2013 年粒子加速器会议 (PAC)，总结并讨论当前衍射极限储存环 (diffraction-limited storage ring, DLSR) 光源的展望与挑战。

##### 3.3 贡献或创新点

- 贡献：这篇论文前半部分介绍几个 DLSR 概念，包含
  - 辐射场 (光子) 的发射度  $\Rightarrow$  由远场观察位置的乘积  $\sigma_r(\lambda)\sigma_{r'}(\lambda) = \epsilon_r(\lambda) \geq \frac{\lambda}{4\pi}$  确立；当等号成立时，称辐射场 (光子) 达到衍射极限。考虑当电子经过长度为  $L$  的波荡器时产生的辐射场，假设辐射场横向分布接近高斯分布，则有

$$\sigma_r(\lambda) \approx 1.9 \frac{\sqrt{2\lambda L}}{4\pi} \quad \sigma_{r'}(\lambda) \approx \sqrt{\frac{\lambda}{2L}}$$

$$\sigma_r(\lambda)\sigma_{r'}(\lambda) \approx \frac{\lambda}{2\pi} = \epsilon_r(\lambda)$$

其中，1.9 为分析中采用拟合近似的结果。上面的分析假设电子的横向发射度为零。事实上，电子束团横向发射度应为非零的有限值，因此，一个更相关的物理量应为总发射度，定义为

$$\Sigma_{x,y}(\lambda) = \epsilon_r(\lambda) \oplus \epsilon_{x,y}(e^-)$$

$$= \sqrt{\sigma_r^2(\lambda) + \sigma_{x,y}^2(e^-)} \sqrt{\sigma_{r'}(\lambda) + \sigma_{x',y'}(e^-)}$$

其中，标注  $e^-$  为电子束团参数。为进一步降低 (总) 发射度，应调整电子束横向相空间分布形态为如下图 Fig. 1 右图所示。此时的电子束更像是圆束 (round beam)，这是 DLSR 的特征之一。

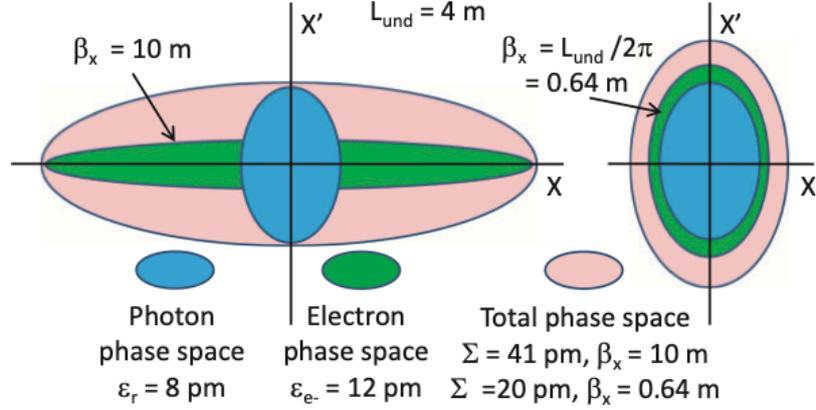


Figure 1: Total emittance (pink) is minimized when electron (green) and photon (blue) phase space orientations are matched.  $\epsilon_r = \lambda/4\pi$  is assumed.

– 亮度  $\Rightarrow$  定义为

$$B(\lambda) = \frac{N_{ph}(\lambda)}{4\pi^2 \Sigma_x(\lambda) \cdot \Sigma_y(\lambda) \cdot (s \cdot \%BW)}$$

– 相干性 (coherence fraction)  $\Rightarrow$  定义为

$$f_{\text{coh-}x,y}(\lambda) = \frac{\epsilon_r(\lambda)}{\Sigma_{x,y}(\lambda)}$$

$$f_{\text{coh-tot}}(\lambda) = f_{\text{coh-}x}(\lambda) \cdot f_{\text{coh-}y}(\lambda)$$

对一些用户而言，相干性比亮度更重要。如此一来，当专注增加相干性时，可以减少不必要的、非相干的光子，同时避免热负载效应。

– 降低发射度  $\Rightarrow$  在固定加速器能量与总体周长前提下，一般采以下几种方法：

1. 引入横向  $x, y$  耦合  $\kappa$

$$\epsilon_x(e^-) = \frac{1}{1 + \kappa} \epsilon_0(e^-) \quad \epsilon_y(e^-) = \frac{\kappa}{1 + \kappa} \epsilon_0(e^-)$$

其中， $\epsilon_0 \propto E^3/C^3$  为自然发射度。当  $\kappa \approx 1$  时，能有效产生圆束。此法也可以缓解 IBS 与 Touschek 寿命。

2. 安装 damping wiggler。当电子束经过扭摆器时，扭摆辐射损失能量  $U_W$  可以降低发射度

$$\frac{\epsilon_W}{\epsilon_0} \approx \frac{1}{1 + U_W/U_0}$$

3. 改变 damping partition number  $J_x$ , 可利用梯度二极铁、Robinson wiggler、四极铁引入横向偏移。此法会造成纵向发射度增加, 如: 能散增加。
- 技术部分, DLSR 将导致动力学孔径 (dynamic aperture, DA) 变小。因此, 传统离轴注入 (off-axis injection) 不适用, 目前多开展在轴注入 (on-axis injection)。此外, DLSR 也导致动量压缩因子变小, 因此需要高次谐波谐振腔用来拉伸束团长度。

### 3.4 其它

设计 DLSR 的一般特性/挑战为: 更大的周长 ( $\sim 1.5$  km)、更高能量 ( $\sim 5$  GeV)、多弯转消色散结构 (multi-bend achromat, MBA) 意味着弯转段更多/每个弯转段更短、要求弯铁局部色散更小、中间四极铁强度更强 (约 2 倍)、需要更强的六极铁 (约 10 倍) 修正色品以维持动力学孔径 (DA) 与动量孔径 (momentum aperture, MA)。当动力学孔径不够大时, 离轴注入将不适用。由于磁铁强度增加, 横向金属管壁孔半径 (bore radius) 也会变小, 可能导致金属管壁的同步辐射吸收增加。另外, 集体效应也需要重新考虑。

整体设计优化考量还涉及决定以“低发射度”或“高电流”模式为最终目标。如果仅增加总光子通量而不在于相干性 (coherence flux), 则提高电流需要的成本比降低发射度为低。

Table 1: Parameters for some low-emittance rings. (IC/IP/ID = in construction, planning, development; DW = damping wiggler.)

<b>Facility</b>	<b>E(GeV) / I(A)</b>	<b>C (m)</b>	<b><math>\epsilon_0</math> (<math>\mu\text{m}</math>)</b>	<b>Features</b>
NLSL-II	3/0.5	792	600	DBA, DW, IC
MAX-IV	3/0.5	528	250	7BA, 100 MHz RF, IC
Sirius	3/0.5	518	280	5BA, superbend, IC
ESRF	6/0.2	844	150	7BA w/dispersion bumps, long. grad., IP
APS	6/0.2	1104	60	ESRF style, swap-out, IP
SPring-8	6/0.2	1436	280	QBA, ID
ALS	1.9/0.5	200	100	9BA, superbend insert, swap-out, IP
SLS	2.4/0.5	288	250	Pre-conceptual design
BAPS (Beijing)	5/0.2	1500	30- 50	Pre-conceptual design
SLAC	6/0.2	2.2	10	7BA, 90m DW, conceptual design
TauUSR	9/0.2	6280	3	7BA, DW, pre- conceptual design

## 4 阻抗建模及其在集体效应的应用 [PRAB 24-10]

### Impedance modeling and its application to the analysis of the collective effects

#### 4.1 基本信息

- 分类：尾场、阻抗、束流动力学
- 作者：A. Blednykh, G. Bassi, V. Smaluk, and R. Lindberg (主要机构：BNL)
- 类型：理论、模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.104801>

#### 4.2 摘要

由于数值仿真进展，面向加速器应用的尾场、阻抗模拟在过去几年有了长足的进步。尽管在某些层面，这些数值仿真能够成功重制实验结果，但是对集体效应预测仍存在挑战。这篇论文先回顾尾场、阻抗的计算，然后讨论集体效应的模拟。这篇论文也讨论了关于电磁计算程序的选择及要求的计算资源、各种不同部件的阻抗计算与解析方法比较与应用于集体效应、束团引致的热效应等。

#### 4.3 贡献或创新点

- 贡献：这篇论文是作者们分享多年利用数值计算尾场、阻抗，利用粒子跟踪模拟研究电子储存环加速器束流集体效应与设计优化的各种经验总结。

一般而言，强流热负载效应在当束长远大于金属管壁尺寸  $\sigma_s \gg b$  时可以很容易避免。然而，目前许多电子储存环装置都没有满足这个条件，有些是金属管壁太大<sup>9</sup>，有些则是束长太短<sup>10</sup>。下面表 1 总结目前一些开展的电子储存环升级或设计项目的重要参数。可以看到，自然束长都比金属管壁尺寸小，这不可避免导致集体效

<sup>9</sup>如：APS、NLSL-II、SOLEIL、DIAMOND、MAX-IV 等。

<sup>10</sup>如：ALS-U、APS-U、SIRIUS、PETRA-IV、SLS-2、ESRF-EBS、DIAMOND-II 等。

应、热负载效应<sup>11</sup>、束团寿命 (IBS、Touschek) 变短等。为了避免这个问题, 需要一些使束团拉伸<sup>12</sup>的方案。

TABLE I. Parameters of multibend achromat storage rings.

	Radius	Natural bunch length	Number of bunches	Revolution period	Average current	Coefficient
	$b$ (mm)	$\sigma_{s0}$ (mm)	$M$	$T_0(\mu\text{s})$	$I_{\text{ave}}$ (mA)	$T_0 I_{\text{ave}}^2 10^{12}/M$
APS-U	11	4.2	48/324	3.68	200	3068/455
ESRF-EBS	10/6.5	2.9	192/992	2.8	200	583/112
ALS-U	10/6.5	3.5	284	0.66	500	581
SLS-2	10	2.7	400	0.97	400	388
DIAMOND-II	10	3.2	900	1.87	300	187
SIRIUS	12	2.4	863	1.73	500	501
PETRA-IV	10	3.3	960/80	7.7	100/80	80/615

这篇论文考虑的尾场、阻抗排除了空间电荷作用与辐射场作用, 即, 仅考虑电子束与周遭环境的尾场、阻抗, 包含电阻 (resistive) 与几何 (geometrical) 情况; 前者由于金属管壁为非理想导体, 后者由于几何边界改变/不连续造成。有些模拟程序可以同时考虑电阻与几何效应, 但是分开算较为简单, 在目前加速器分析中也仍令人满意。

关于数值计算尾场、阻抗的软件选择, 需要考虑是否具备并行计算功能。此外, 计算时域尾场时, 多数计算程序假设高斯形式分布的“宏”粒子  $\bar{\sigma}_s$ , 因此, 需要考虑  $\bar{\sigma}_s$  与实际束团长度  $\sigma_{s0}$  的比例。如果计算束团热负载效应, 那么一般选择  $\bar{\sigma}_s = \sigma_{s0}$  即可。如果要通过粒子跟踪模拟计算集体效应, 则也许选择  $\bar{\sigma}_s = \sigma_{s0}/10$ 。注意到, 实际情况还需要看集体效应涉及的长度尺度; 一般来说,  $\bar{\sigma}_s$  至少要小到能够解析到阻抗频谱的第一个主峰频率。

数值计算尾场、阻抗时, 应留意数值色散 (numerical dispersion) 问题。数值色散由于网格尺寸选取不同, 导致不同程度离散化引起的色散。这个色散可能影响电磁场中的物理色散。

关于计算资源的要求, 如果计算部件尾场、阻抗, 则要求较高的是内存 (memory); 如果是粒子跟踪模拟, 则要求较高的是计算节点/核数目。

阻抗分析应该与磁聚焦结构设计阶段“同时”进行, 特别是对于既有的装置升级项目。

- Section III 数值电磁计算: 以 flange absorber 为例, 说明不同程序的算法在不同频段有差别

<sup>11</sup>对 in-vacuum undulator 与超导插入件尤其重要。

<sup>12</sup>一般需要拉伸二至五倍。

- Section IV 阻抗计算: IV.A 部分讨论 resistive wall impedance, 考虑不同横截面; IV.B 部分考虑 collimator 与 stripline kicker。IV.B.1 考虑了制造结构与设计结构的微小差距可能导致阻抗计算的巨大区别, 特别是结构差别发生在距离束团经过的较近区域时。IV.B.2 考虑了安置误差而产生的额外阻抗。IV.B.3 考虑了临近部件可能的耦合 (cross-talk) 或干扰。

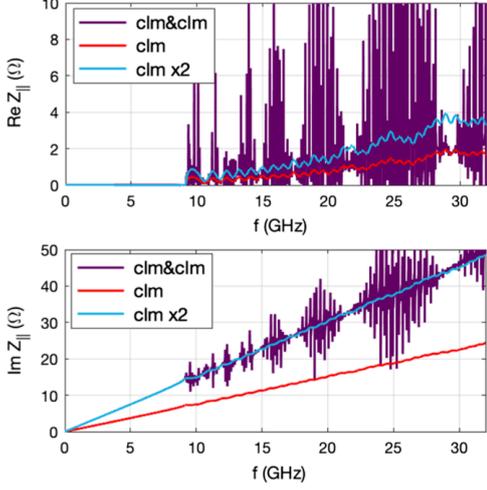


FIG. 11. The real (top) and imaginary (bottom) part of the longitudinal impedance up to 32 GHz frequency range for the axially symmetric collimators.

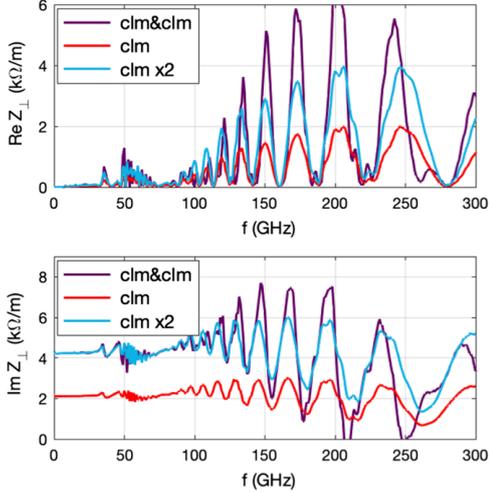


FIG. 12. The real (top) and imaginary (bottom) part of the transverse impedance up to 300 GHz frequency range for the axially symmetric collimators.  $\text{Im} Z_{\perp}(\omega \rightarrow 0) = 2.1 \text{ k}\Omega/\text{m}$  per collimator.

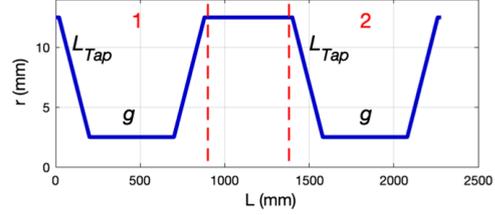


FIG. 10. Two back-to-back axially symmetric collimators separated by a 500 mm distance.

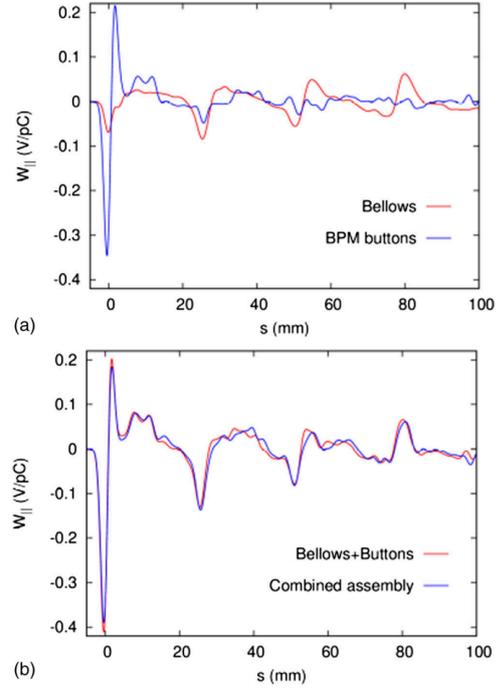


FIG. 13. (a) Wakefields from simulations that separately focused on the APS-U bellows and BPM buttons shown in Fig. 15. (b) Comparison of the sum between the two contributions from (a) to that of the entire structure.

- Section V 讨论到数值上计算得到的是尾场 (wakefield), 但是集体效应分析常需要尾场函数 (wake function) 或格林函数或是其傅里叶变换的阻抗。时域数值计算不可避免使用有限长束团, 因此可以采取以下变换

$$Z_{\parallel}(k) = \frac{\text{FT}[W_{\parallel}(z)]}{\text{FT}[-cQ(z)]}$$

下图 Fig. 15 演示不同长度的束团经过 BPM/bellow 时的热效应。较长束团在频域延展范围与阻抗重叠较少，因此缓解热效应。

- Section V 末尾讨论到尽管每个部件的尾场、阻抗计算与实验上冷测各别部件结果一致，但是加总在一起之后，利用粒子跟踪模拟计算得到的集体不稳定性阈值流强仍有 2 倍或更多的差距。目前社群对此差异的共识为：
  1. 部件之间可能互相影响，即耦合 (cross-talk) 或干涉；
  2. 阻抗模型仍不完整，包含物理效应或安装导致的效应。
- Section VII 讨论了许多实际利用粒子跟踪模拟研究集体效应可能遇到的情况，如：使用格林函数尾场或是有限束长、高斯分布的尾场，或是如何将尾场“去卷积”而得到尾场函数，或利用一系列 RLC 模型构建总阻抗等。这篇论文并没有采取进一步处理阻抗，而是根据计算阻抗时用的有限束长判断当使用粒子跟踪模拟时，实际束长在什么范围内的结果是符合物理假设的。
- 一个原则：先分析纵向集体效应，再分析横向集体效应。

目前已知道些微的阻抗改变可能导致预测巨大差别的阈值电流，但是其中的机制还不清楚。

#### 4.4 其它

该论文 Eqs. (1) 与 (2) 中的积分下限笔误，应为  $-\infty$ 。这篇论文虽篇幅较长，值得再三琢磨，其中多处讨论了许多实际操作可能遇到的情况。

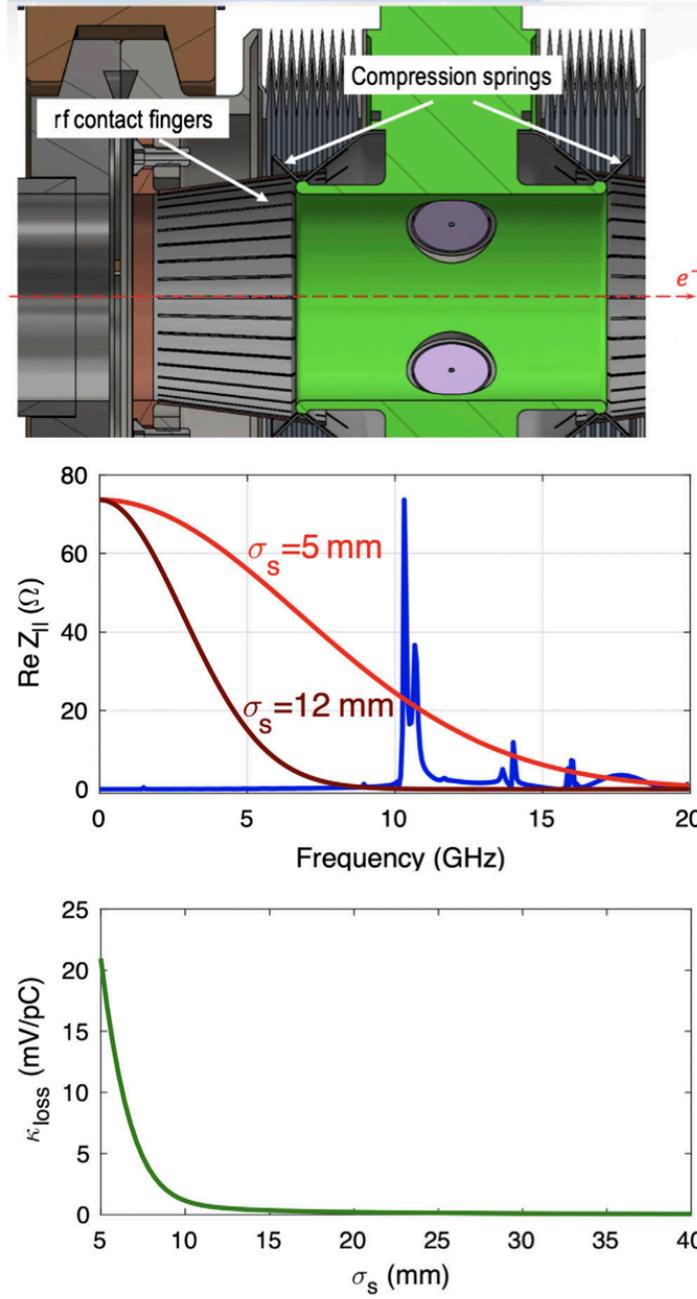


FIG. 15. Top: internal view of the APS-U Bellows/BPM assembly. Middle: plot of the real part of the longitudinal impedance (blue trace), the Gaussian spectrum for the 5 mm bunch length used to compute  $W_{\parallel}$  (red), and the spectrum from a 12 mm bunch (purple). Bottom: The loss factor vs the bunch length for the APS-U bellows/BPM assembly.

日期：2022/8/7

## 5 利用直接求解麦克斯韦数值解的相干同步辐射场动力学 [PRAB 14-06]

### Field dynamics of coherent synchrotron radiation using a direct numerical solution of Maxwell's equations

#### 5.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：A. Novokhatski (SLAC)
- 类型：理论、数值计算
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.14.060707>

#### 5.2 摘要

这篇论文通过直接求解麦克斯韦方程组讨论相干同步辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR) 场动力学，假设极端相对论电子束经过弯转段并且在矩形截面金属管壁中。使用一种新的时域数值方法基于有限元素技巧，且免于数值色散问题，因此这个解在短束团时能够自洽、稳定。从得到的数值解讨论了相干同步辐射场的细部结构，并且也讨论了电子束离开弯转段时产生的相干边缘辐射 (coherent edge radiation)。这篇论文给出的物理图像能够帮助进一步理解电子束产生相干同步辐射动力学过程。

#### 5.3 贡献或创新点

- 创新点：方法上来说，除了解析公式外，目前既有的计算相干同步辐射场的数值方法各异，有解薛定谔类型的旁轴波方程、利用 Lienard-Wiechert 势或场等。这篇论文采直接求解麦克斯韦方程组的方法。与常见的显 (explicit scheme) 时间有限元素法不同，这篇论文采用隐 (implicit scheme) 时间有限元素法，免于数值色散问题，对辐射场波长与电子束长差不多情况可以更准确、有效率地计算。此外，计算网格以光速在设定的坐标系中前进。

关于物理图像的讨论，这篇论文利用全数值求解的优势，将计算的电场以电场线形式表示，给出了一些基于一维图像的解析解忽略的细节。

- 贡献：这篇论文没有给出关于隐时间有限元素法的详细过程介绍。基本原理是将麦克斯韦方程组改写成电场与磁场的两个耦合、二阶波方程

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} = \nabla^2 \vec{E} - 4\pi \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{J}_b + \nabla \cdot \rho_b \right)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B} = \nabla^2 \vec{B} + \nabla \times \vec{J}_b$$

在该论文中提到，此隐时间有限元素法已经被应用到求解加速器部件的尾场函数，参考 Refs. [11-18]。

下图 Fig. 2 可以看成是“俯视”图，电子束在纸面平面上 (逆时针) 弯转，“竖直”的场可以视为库仑场。当电子束进入弯转段起初阶段，有如左侧与中间的电场线；中后半段则有如右侧图电场线，并且电子束团与 (稍早产生的) 库仑场开始脱节。

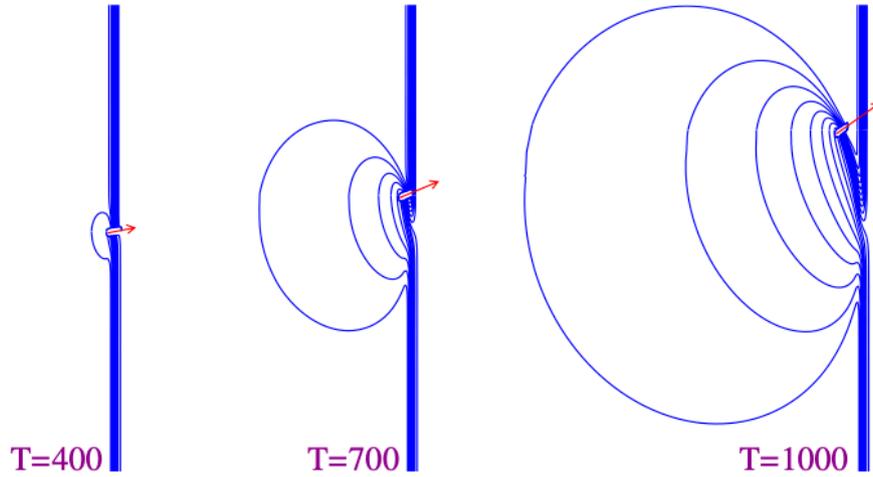


FIG. 2. Snapshots of electric field lines of a bunch, which is moving in a magnetic field. White boxes show the bunch contour. Red arrows show the directions of the bunch velocity.

以上图像可以通过偶极子“ $\vec{E}_{dp}$ ” (其中，一束团为真一束团为虚) 与一个虚束团“ $\vec{E}_{in}$ ”形成，参考下图 Fig. 4。此外，这篇论文还提供另一个视角：费曼图。

$\vec{E}_{dp}$  与  $\vec{E}_{in}$  在电子束团经过弯转段段演化过程由下图 Fig. 7 与 8 给出。

这篇论文接着将电子束团进入弯转段不同位置时，束团内部受洛伦兹力画出来，有下图 Fig. 9-10 的结果。出乎意料的是，束团头部与尾部都得到加速。

## 5.4 其它

这篇论文使用 CGS 单位制。

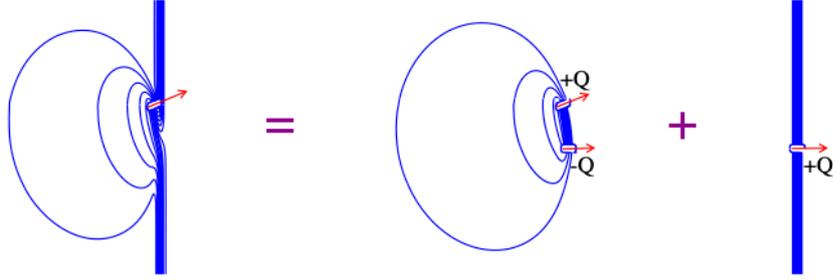


FIG. 4. Decomposition of the field of a bunch moving in a magnetic field (left plot) into two fields: a field of a dipole (middle plot) and a field of a bunch moving straight in the initial direction (right plot). Red arrows show directions of a bunch velocity.

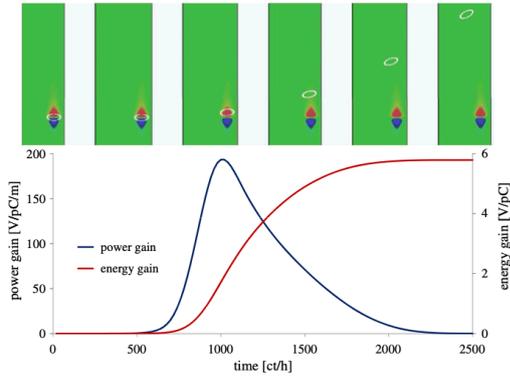


FIG. 7. The electric field distribution on the horizontal plane in the vertical center of the vacuum chamber and a bunch position at different times. The red color corresponds to a high positive value of the field and the blue color corresponds to a low negative value of the field. The white oval shows the real bunch contour. Coherent power and energy gain are shown by a blue and a red curve.

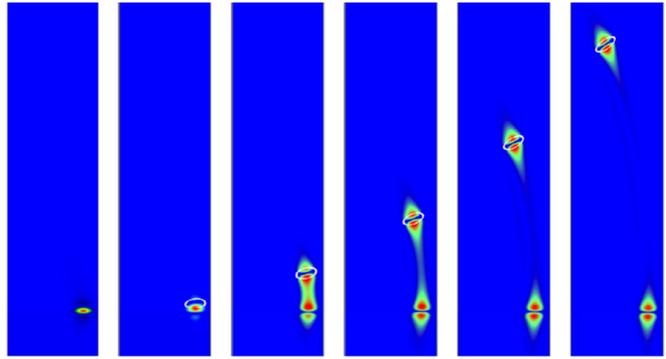


FIG. 8. Absolute value of the electric field  $\vec{E}_{dp}$  on the horizontal plane in the vertical center of the vacuum chamber in consecutive time steps. The red color corresponds to maximum value. The blue color corresponds to the minimum value of the field. The white oval shows the real bunch contour.

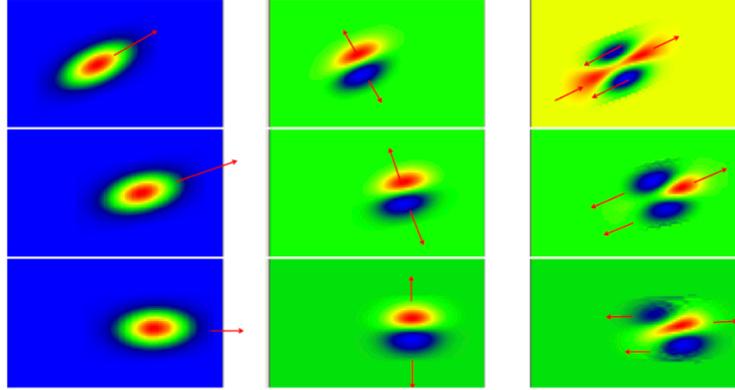


FIG. 9. Bunch charge distribution, transverse forces, and collinear forces on the horizontal plane in the vertical center of the vacuum chamber at three time moments. The starting plots are at the bottom at the time when a bunch just enters the magnetic field. The left three vertical plots show a bunch charge distribution. The red arrows show the direction of the bunch velocity. The middle three vertical plots show a transverse force. Again, the red arrows show the direction of the force. The right three vertical plots show the collinear force, which is responsible for an energy gain or energy loss.

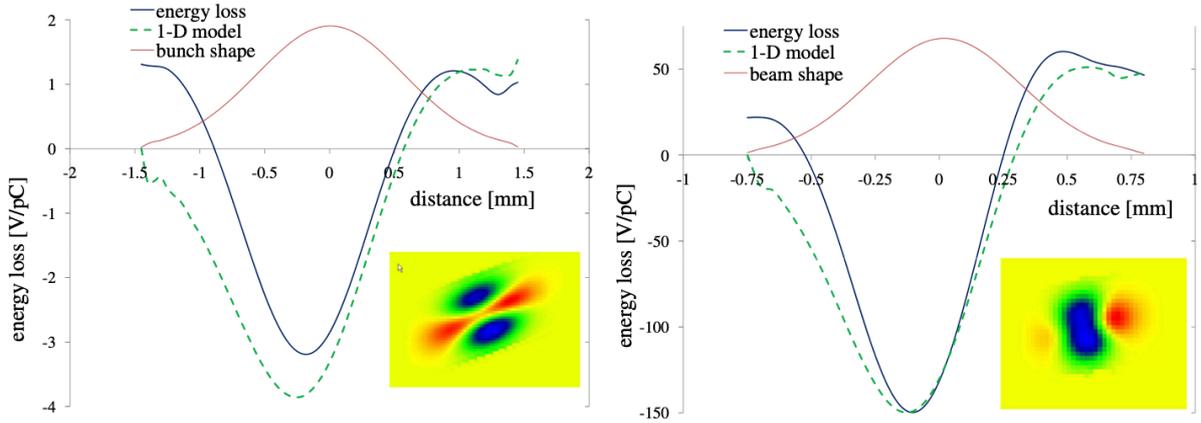


FIG. 10. Integrated energy loss along the transverse direction as a function of the longitudinal coordinate for two values of bending radius. The left plot corresponds to the upper plot at the right in Fig. 8. The right plot shows the result for a bending radius 40 times larger and a bunch length that is 2 times smaller. The green dashed line is from the analytical 1D model.

## 6 尾场函数与阻抗

### Wake and Impedance

#### 6.1 基本信息

- 分类：尾场、阻抗计算
- 作者：G. Stupakov (SLAC)
- 类型：理论
- 链接：<https://arxiv.org/pdf/physics/0011011v1.pdf>

#### 6.2 摘要

这是一份作者在 2000 年准备的讲义，介绍尾场与阻抗的基础知识与几个实例。

#### 6.3 贡献或创新点

- 贡献：从自由空间无边界的相对论速度运动的粒子产生的库仑场开始，加上金属管壁作为边界之后，先介绍“追赶”距离 (catch-up distance)，同时说明因果律扮演的角色。在金属管壁边界靠近粒子束时，先考虑结构平滑但是电导率为有限值的情况，在频域分析下，利用 Leontovich 边界条件得到管壁上的电场，再通过 Maxwell 波方程得到管壁内部轴上的频域电场。接着通过逆傅里叶变换求得时域电场，同时给出适用范围 ( $s \geq s_0$  的下限  $s_0$ )。
- 创新点：这份讲义介绍 Panofsky-Wenzel 定理时，证明方式利用标量与矢量位函数，结合 Lagrange 方法得到<sup>13</sup>。此外，Section XV 给出一个实用公式：利用已求得频域 (各别谐波的) 电场，即  $E_{z\omega}(z)e^{-i\omega t}$ ，可写出其与阻抗  $Z_l(\omega)$  的关系

$$Z_l(\omega) = - \int_{-\infty}^{\infty} dz E_{z\omega}(z) e^{-i\omega z/c}$$

注意到，这里的  $\omega$  对应  $t$  的傅里叶变换，但是上面是对  $z$  的傅里叶变换。

这份讲义 Section XVI 给出低频情况<sup>14</sup>下，一个金属管壁局部微小凸起结构的阻抗求解。分析方法利用了微扰概念与电场的一些特性：

<sup>13</sup>根据作者，这个证明方式由 A. Chao 建议。

<sup>14</sup>即， $c/\omega \gg g, h$ 。

1. 先忽略凸起部分，则在“凸起”附近的磁场可当作平滑半径均匀管壁情况做；
2. 利用 Eq. (89)，应用 Faraday 定律与  $E_z$  与半径无关的特性，可以把 Eq. (89) 看似傅里叶变换的沿着轴上的积分化简成在管壁附近凸起局域的磁通量计算。

这份讲义后面讨论两种结构阻抗：微小凸起的结构产生感性 (inductive) 阻抗；较大结构类似于谐振腔，阻抗有类似 RLC 电路形式，包含电阻与电抗成分。

#### 6.4 其它

这份讲义的 Eqs. (90-91) 附近似有些笔误。首先，Eq. (90) 应为频域表示  $H_{\theta\omega} = \frac{q}{\pi bc}$ 。可利用 Eq. (86) 将系数化简得  $H_{\theta\omega} = \frac{2}{bc}$ 。

此外， $|z| \sim g$ ，因此有  $e^{-i(\omega/c)z} \rightarrow 1$ 。另外，Eq. (91) 第二行第二个等号利用了 Faraday 定律。

注脚 6 似乎笔误：当谐振腔结构中的模频率“低于”金属管壁频率时，这些模不会在金属管壁中传播。

## 7 一种分析同步辐射的简化方法 [AJP 79]

### A simplified approach to synchrotron radiation

#### 7.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：B.D. Patterson (Paul Scherrer Institute, 瑞士)
- 类型：理论
- 链接：<https://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.3614033>

#### 7.2 摘要

这篇论文介绍了一种分析同步辐射的简化方法，基于费曼的直觉、图像视角，区分粒子的实际 (true) 运动轨迹  $\vec{r}(\tau)$  与观察者的表象 (apparent) 轨迹  $\vec{r}'(t)$ 。根据费曼的分析，正是这种表象轨迹即一种圆滚线或摆线 (cycloid)，决定了辐射场的特性。这篇论文在根据表象轨迹推导同步辐射的辐射频谱，并比较波荡器 (undulator) 与扭摆器 (wiggler) 的差别。

#### 7.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文基于费曼物理学讲义<sup>15</sup>中介绍的洛伦兹变换的图形化方式，结合粒子的实际运动轨迹与观察者的表象轨迹，分析同步辐射、波荡器辐射、扭摆器辐射的辐射频谱。
- 贡献：先从费曼推导得到的在观察者位置的电场、磁场，有<sup>16</sup>

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{\hat{r}'}{r'^2} + \frac{r'}{c} \frac{d}{dt} \left( \frac{\hat{r}'}{r'^2} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \hat{r}'}{dt^2} \right]$$

$$\vec{B} = -\frac{1}{c} \hat{r}' \times \vec{E}$$

其中，电场表示式中的第一项为库仑场 (或近场)，第二项为相对论修正，第三项为辐射场 (或远场)。这里的  $\vec{r}'(t)$  是观察者，方向由观测位置指向电子。注意到， $\vec{r}(\tau)$  与  $\vec{r}'(t)$  可能很不一样。

<sup>15</sup>第一册的第 28 与 34 章。费曼物理学讲义线上资源：<https://www.feynmanlectures.caltech.edu/>

<sup>16</sup>可以看到，此形式与 Lienard-Wiechert 场明显不同。

根据费曼的图像化解释，参考下图 Fig. 2，假设观察者位置在  $z = +R > 0$  远处。左图中的黑点为电子逆时针绕行做圆周运动，在“-4”时刻，距离观察者（相对  $z = 0$ ）较远；在“+5”时刻，距离观察者（相对  $z = 0$ ）较近。当画在右图时间轴上时， $x(\tau)$  表示电子坐标的时间与  $x$  位置， $x'(t)$  表示观察者的时间与  $x'$  位置。可以看到，在电子坐标的实际轨迹为正弦函数，但是在观察者坐标则为摆线 (cycloid) 函数。在摆线的“尖点”(cusp) 处，对应电子坐标  $(x, z) = (0, 0)$ ，即是产生同步辐射时刻。

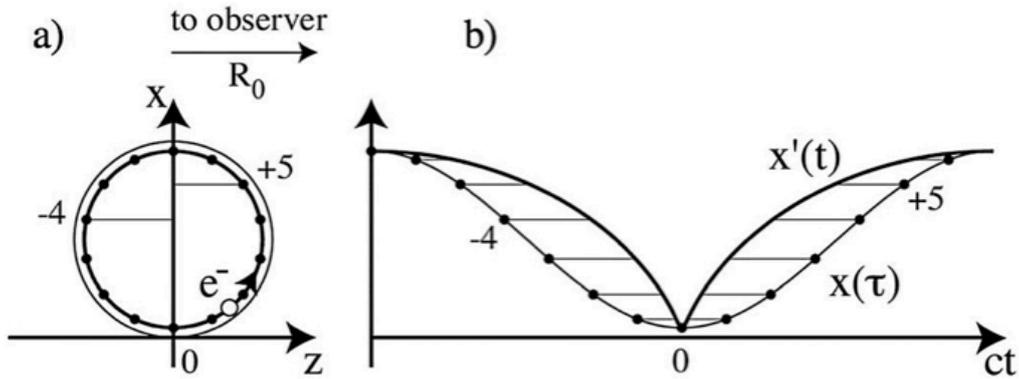


Fig. 2. (a) An electron undergoes circular motion at an orbital electron radius  $r$ . (b) Its apparent  $x$ -position  $x'(t)$  is obtained from the true position  $x(\tau)$  by a translation along the time-axis by the light propagation time  $z/c$ . This procedure yields a curtate cycloid for  $x'(t)$ , which is equivalent to the path traced out by the position of the electron at  $t=0$  as the diagram in (a) is unrolled along the circle with larger (light) radius  $R = r/\beta$ . This figure is adapted from Ref. 12.

## 8 能量啁啾电子束在弯转磁场中由于曲率运动轨迹引起的束团内部交互作用 [PRST-AB 11-02]

### Curvature-induced bunch self-interaction for an energy-chirped bunch in magnetic bends

#### 8.1 基本信息

- 分类：同步辐射
- 作者：Rui Li 李锐 (Jefferson Lab)
- 类型：理论
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.11.024401>

#### 8.2 摘要

在经典电动力学框架中，电子束在弯转磁场中由于曲率运动轨迹引起的束团内部交互作用可以通过正则分析讨论，此效应称相干同步辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR) 效应。这篇论文从哈密顿力学开始，研究相对论电子束在弯转过程的动力学过程。Vlasov 方程被用来分析存在 CSR 场情况下，电子束相空间分布的演变。更具体地说，这篇论文考虑当电子束存在能量啁啾情况对 CSR 场的影响，因为这类束团在 (色散) 磁压缩段由于横纵向耦合，推迟条件需要修正。

这篇论文演示了一个典型的电子束压缩情况，发现有效纵向 CSR 场 (effective longitudinal CSR field) 会存在一个时间延迟，由于束团长度在磁压缩结构中改变导致。从这篇论文的讨论还发现，在某些特定参数区间，当束团经历全压缩 (full compression) 时，此 CSR 场对测试电子在束团中的横向位置将有敏感的依存关系。

#### 8.3 贡献或创新点

想要 (纵向) 压缩电子束团时，一般需要一段色散段 ( $R_{16}$ )，且要求束团的纵向相空间分布存在能量啁啾  $u$  (即  $z$  与  $\delta$  需要存在明确、线性的关联)。可以预期，当束团经历压缩过程，束团分布函数的横向  $x$  坐标与纵向  $z$  坐标将会产生关联，即束团存在倾斜

(tilt)  $\xi(s), \xi_r(s_r)$ 。目前关于 CSR 场的计算<sup>17</sup>为一维、硬-线束团 (rigid-line bunch) 分布, 并没有考虑此倾斜效应。

已知<sup>18</sup>当  $v \rightarrow c$  但  $v < c$  的沿着参考轨道的电子经过弯转段, 存在一非零径向力  $F^{\text{CSCF}}$  (centrifugal space charge force), 由于横向电场力与磁场力没有完美抵消导致。此外, 当电子不在参考轨道而是横向稍微偏离的话, 还会受到一非零的非惯性纵向力  $F^{\text{NSCF}}$  (noninertial space charge force), 在 Frenet-Serret 坐标系下。

⇒ 这篇论文宣称有效的 CSR 力即在以上两种力相消之后剩余的部分。

- 创新点: 过去的工作在特定的二维高斯束团分布假设情况下, 仅考虑横向束团尺寸 (size) 而忽略横向束团角散 (spread), 称 thin beam<sup>19</sup>。此外, 过去的工作没有仔细考虑当束团具有能量啁啾且经历压缩过程。这篇论文考虑了允许尺寸、角散任意情况, 且具有能量啁啾与倾斜的二维 (高斯) 束团分布经历束团压缩过程。束团倾斜包含 moderate tilt 与 strong tilt, 束团压缩包含 undercompressed、critically compressed 与 overcompressed。
- 贡献: 这篇论文详细分析了电子束经过弯转段的二维 (相空间四维) 动力学过程, 包含 CSR 交互作用。
  - Section II 给出哈密顿力学分析, 阐明  $\delta_H \neq \delta_E = \frac{E-E_0}{E_0}$ , 并且在附录 B.4 提到这些量与实验上实际能够测得的量之间的关系。Eq. (37) 给出方便评估推迟关系的式子; Eq. (40) 则是方便计算标量矢量位函数的式子。
  - Section IV 的 Eq. (51) 及以下考虑了单个弯转磁铁中的情况, 对应 Saldin 等人的 Case B [1]。但是, 对于具有能量啁啾的电子束在弯转磁铁中的运动, 不存在所谓“稳态”情况。这里宜注意  $X_r, X_{r0}$  与  $Z_r, Z_{r0}, Z_0$  的区别 [ $Z$  不含第五个坐标]。Eqs. (52,55) 的目的是想将 source particle 与 test particle 都按线性传输挪回到磁铁入口处分析。这么做的根据是 Eq. (46)。
  - Eq. (58) 引入了所谓的 tilt factor  $\xi, \xi_r$ 。在过去的工作中, 假设  $\xi = \xi_r = 0$ 。
  - Section IV 的目的是将 CSR 场的位函数  $\tilde{\Phi}, \tilde{A}_x, (\tilde{A}_s - \beta_0 \tilde{\Phi})$  写出来, 并且根据推迟关系将 source particle 坐标  $z_r(s_r)$  写成  $z_{r0}$  形式。
  - Section V 根据几种不同的束团倾斜情况化简  $z_{r0}$ , 且写成  $z_{r0}^{(\pm)}$  形式, 包含 nontilted、small tilt、moderate tilt、strong tilt。在二维 (相空间四维) 束团分

---

<sup>17</sup>目前典型的一维计算方法是: 对现在时刻  $t$  的 CSR 场, 先将  $t$  时刻的束团相空间分布投影到  $z$  轴, 得到线电荷分布, 不管此时的束团是否倾斜。然后, “假设”在  $t' < t$  的所有以前的时刻, 其线电荷分布与  $t$  时刻一样。明显地, 此方法仅近似而不总是成立。

<sup>18</sup>参考该论文 Refs. [10,11]。

<sup>19</sup>如果束团尺寸或角散很小, 也属于此类。

布情况，在过去时间/位置  $s_r$  情况下，可能存在束团前方粒子对 (后来时间) 后方粒子的影响，也可能存在过去时间/位置  $s_r$  情况下，束团后方粒子对 (后来时间) 前方粒子的影响。宜小心分析。这个情况对 pancake beam 可能更明显。

- Section VI 将上面得到的结果代入 Eq. (33) 算有效 CSR 力  $\tilde{F}_H$ 。并尽可能在简化情况下写出  $\tilde{F}_H$  的解析形式。这里保留了 tilt factor  $\xi$  [写成  $\alpha$ ，见 Eq. (126)]。对于 thin beam，下图给出不同 tilt factor 情况下的 CSR 场形式

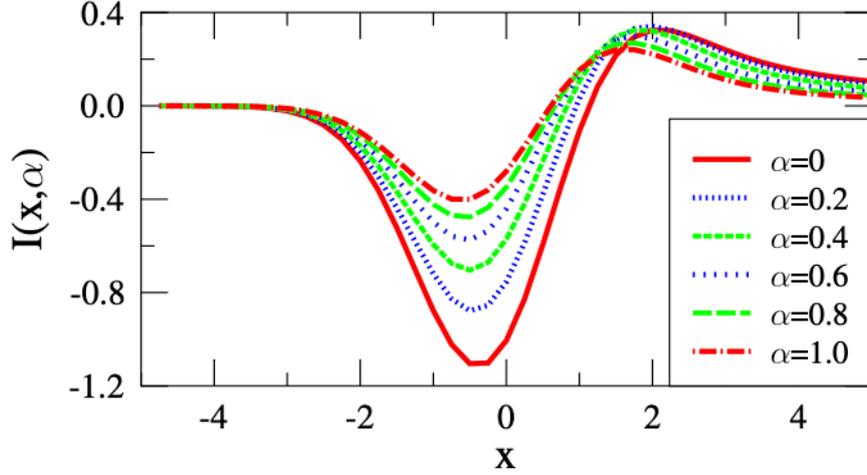


FIG. 2. (Color)  $I(x, \alpha)$  vs  $x$  for various  $\alpha$  given by Eq. (129).

- 对于 thick beam，CSR 场较复杂。为了更详细讨论，这里考虑了 three-dipole chicane，当束团经历“寄生”压缩与过压缩情况，即  $\mathcal{R}_{55} = 1 + uR_{56} = 0$  且变号情况。考虑两种情况，thin beam 与 thick beam 的比较，其中只有能散与发射度不同，其余参数保持一样。
- “寄生”压缩与临界压缩有些区别。一般而言，发生“寄生”压缩时， $R_{51}, R_{52}$  仍不为零，因此束团长度会比临界压缩情况来得大些。
- 下图 Figs. 5-7 为 thin beam case，其中，由 Fig. 6 可以看到红点为不同  $x$  处的粒子感受到的 CSR 场，不同于 1-D CSR 模型的蓝线，此时 CSR 场与测试粒子在束团中的横向坐标位置有关，并且随着压缩因子越大，此依存关系越来越敏感。并且，束团倾斜因子 (即， $z-x$  斜率) 随着  $s$  改变。Figure 7(a) 进一步比较 2-D CSR 与 1-D CSR 结果，可以看到，2-D CSR 结果显示当束团经历寄生压缩  $\mathcal{R}_{55} = 1 + uR_{56} = 0$  时，束团辐射能量损失还没达到最大值 (但是 1-D CSR 显示已经达到最大值)。此外，由 Fig. 7(b) 知，2-D CSR 模型显示束团能散在寄生压缩之后仍继续增加。
- 下图 Figs. 8-10 为 thick beam case。与 thin beam 相比，可以看到 CSR 场强度减小。此外，发生寄生压缩的位置稍微不同，但是，2-D CSR 仍给出延迟

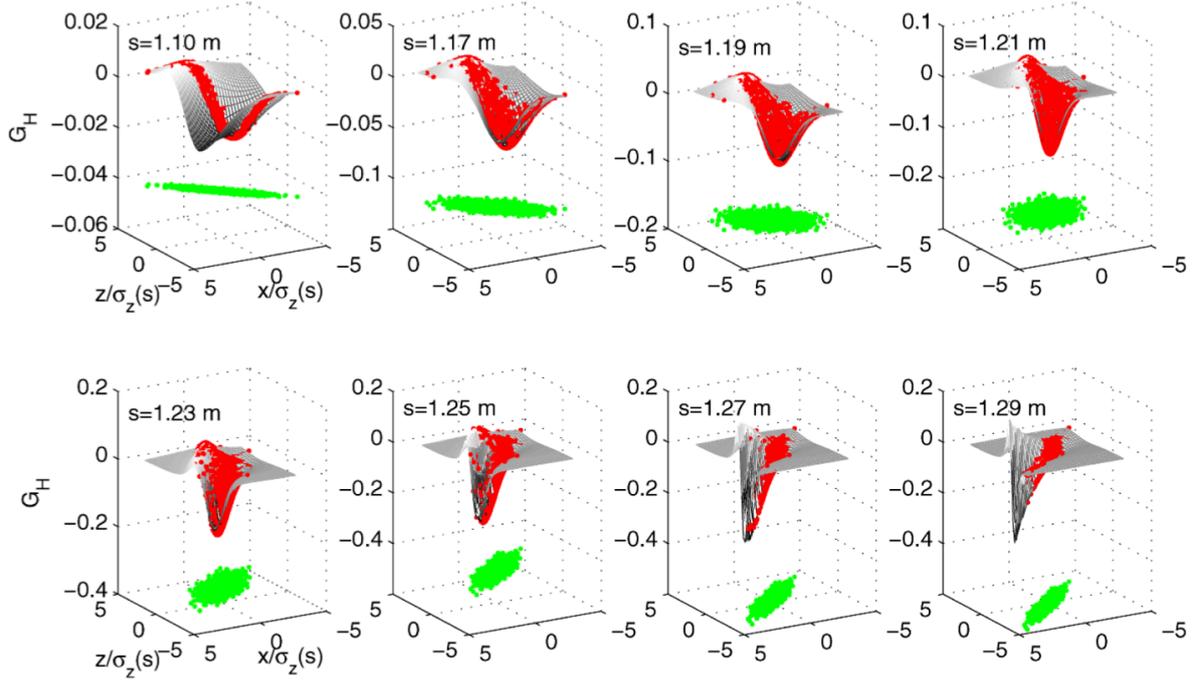


FIG. 5. (Color)  $G_H(\bar{x}, \bar{z}, s)$  vs  $(\bar{x}, \bar{z})$  at each  $s$  around full compression for the thin-bunch case with  $\epsilon_{nx0} = 1$  mm-mrad and  $\sigma_{H0} = 10^{-4}$ . The gray mesh is  $G_H(\bar{x}, \bar{z}, s)$  around the bunch as obtained from Eq. (134), and the green dots are  $(\bar{x}_k, \bar{z}_k)$  coordinates of the 1000 representative particles of the bunch. The red dots are  $G_H(\bar{x}, \bar{z}, s)$  on these representative particles.

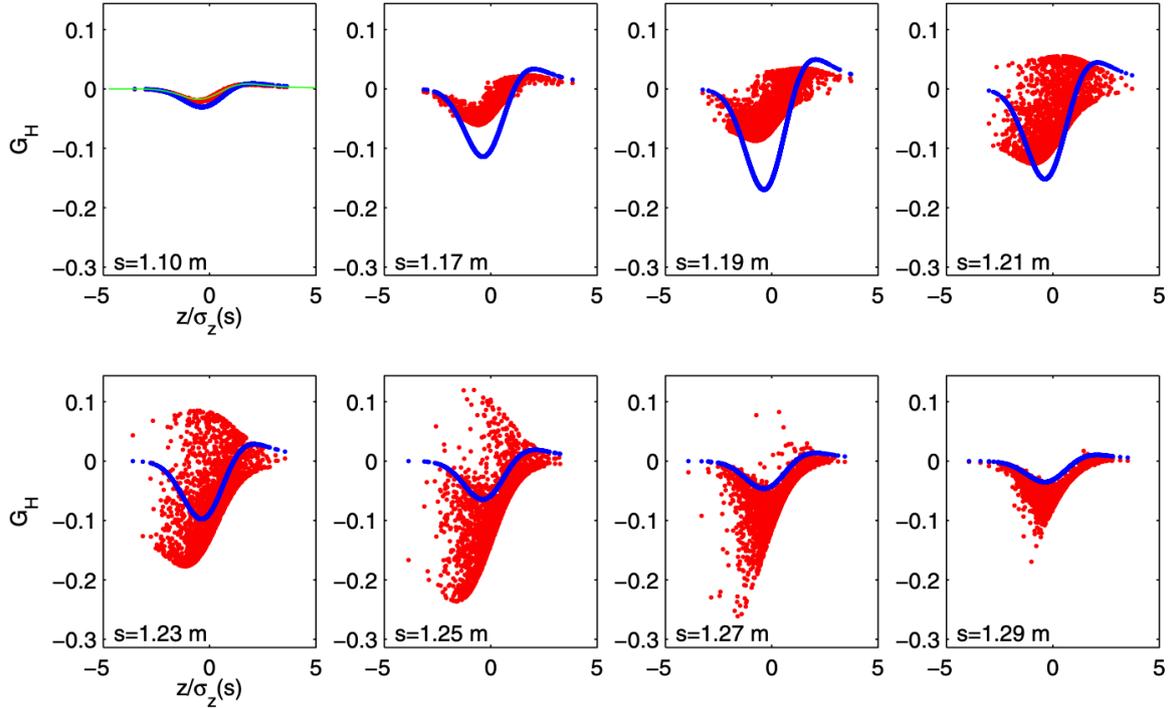


FIG. 6. (Color)  $G_H(\bar{x}, \bar{z}, s)$  vs  $\bar{z}$  for the representative particle of the bunch at each  $s$  for the thin-bunch case with  $\epsilon_{nx0} = 1$  mm-mrad and  $\sigma_{H0} = 10^{-4}$ . The red dots are obtained from Eq. (134), and the blue line is the rigid-line bunch result in Eq. (140). The green line for  $s = 1.10$  m case is the result from Eq. (128).

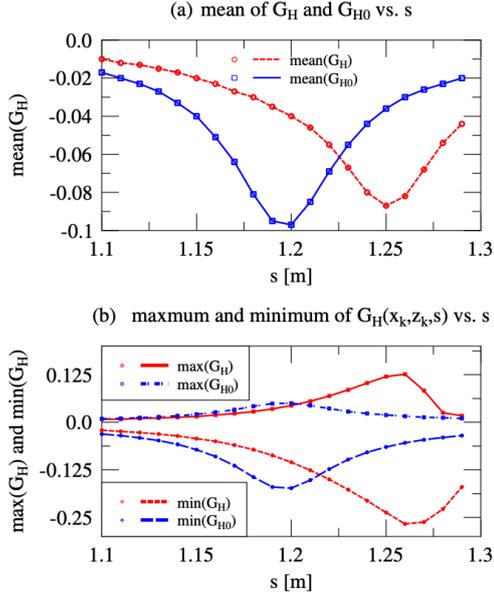


FIG. 7. (Color) Thin-bunch case:  $\epsilon_{n=0} = 1$  mm-mrad and  $\sigma_{H0} = 10^{-4}$ . (a) Mean of  $G_H(\bar{x}_k, \bar{z}_k, s)$  and  $G_{H0}(\bar{z}_k, s)$  for the representative particles; and (b) maximum and minimum values of  $G_H(\bar{x}_k, \bar{z}_k, s)$  and  $G_{H0}(\bar{z}_k, s)$  for the representative particles vs path length  $s$ .

现象。

- 粗略而言，当束团经历压缩过程，在 undercompression 阶段，CSR 场的主要贡献机制是“尾-头”作用，且由  $z_{r0}^{(-)}$  主导。当束团进一步压缩时，一般而言，束团倾斜因子越大，此时 CSR 场的主要贡献改由  $z_{r0}^{(-)}$  主导，直到束团过了寄生压缩之后一点点，此处机制仍是“尾-头”作用，只是此处束团的尾部在稍早时刻为束团头部。
- Section VI.C 讨论在 1-D CSR 仅在 thin beam 且 tilt factor 较小时成立，当考虑较大的束团能散或发射度时或经历接近寄生压缩时，1-D CSR 模型开始与实际情况有所差距。
- Section VI.D 讨论在次压缩区间，考虑了 2-D CSR 之后，对电子束横向切片发射度增加的影响似乎比 1-D CSR 模型给出的影响小。因此，建议设计纵向束团压缩段时，考虑在次压缩区间。但是，这里的结论是否对 pancake beam 适用还需要进一步确认。
- 当束团存在能量 (或密度) 调制时，经过色散段时也许不是束团整体经历压缩而是局部经历压缩，因此可能出现局部出现寄生压缩 (local crossover)。如此一来，束团整体的微束团动力学可能在 2-D CSR 情况下将与 1-D CSR 有所不同，宜留意。
- 尽管 CSR 场的横向分量大小大约比纵向分量小了  $[\sigma_z(s)/R]^{1/3}$  倍，但是  $R_{22}$  可能比  $R_{56}$  大得多，特别是在 chicane 的最后一个弯铁，宜留意。

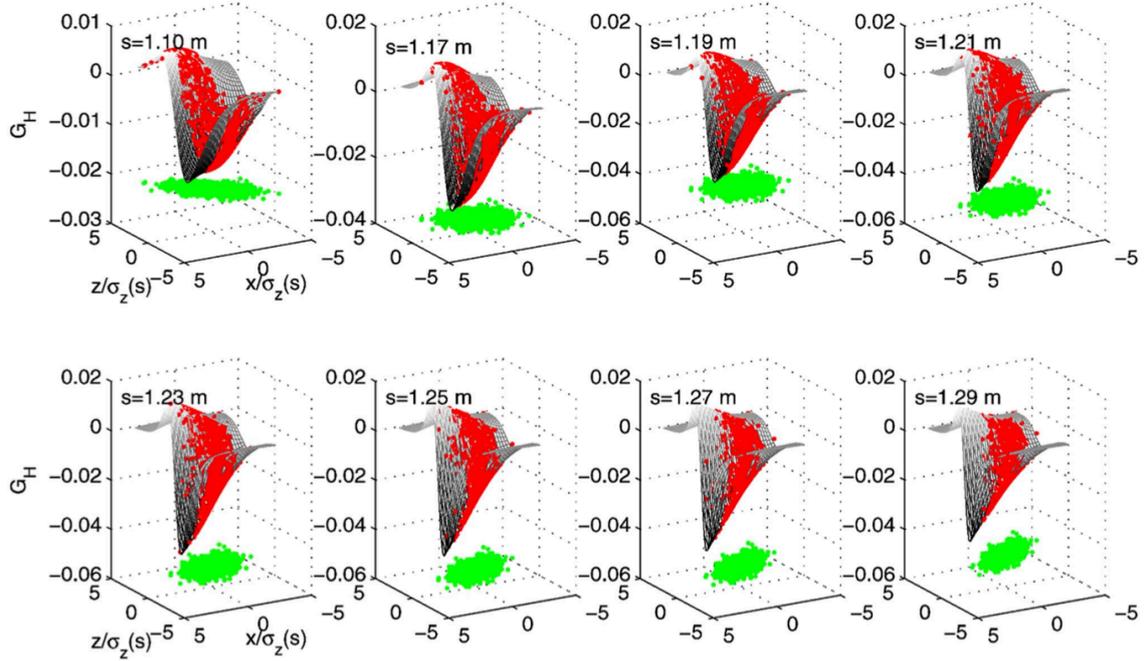


FIG. 8. (Color)  $G_H(\tilde{x}, \tilde{z}, s)$  vs  $(\tilde{x}, \tilde{z})$  at each  $s$  around full compression for the thick-bunch case with  $\epsilon_{nx0} = 10$  mm-mrad and  $\sigma_{H0} = 10^{-3}$ . The gray mesh is  $G_H(\tilde{x}, \tilde{z}, s)$  around the bunch as obtained from Eq. (134), and the green dots are  $(\tilde{x}_k, \tilde{z}_k)$  coordinates of the 1000 representative particles of the bunch. The red dots are  $G_H(\tilde{x}, \tilde{z}, s)$  on these representative particles.

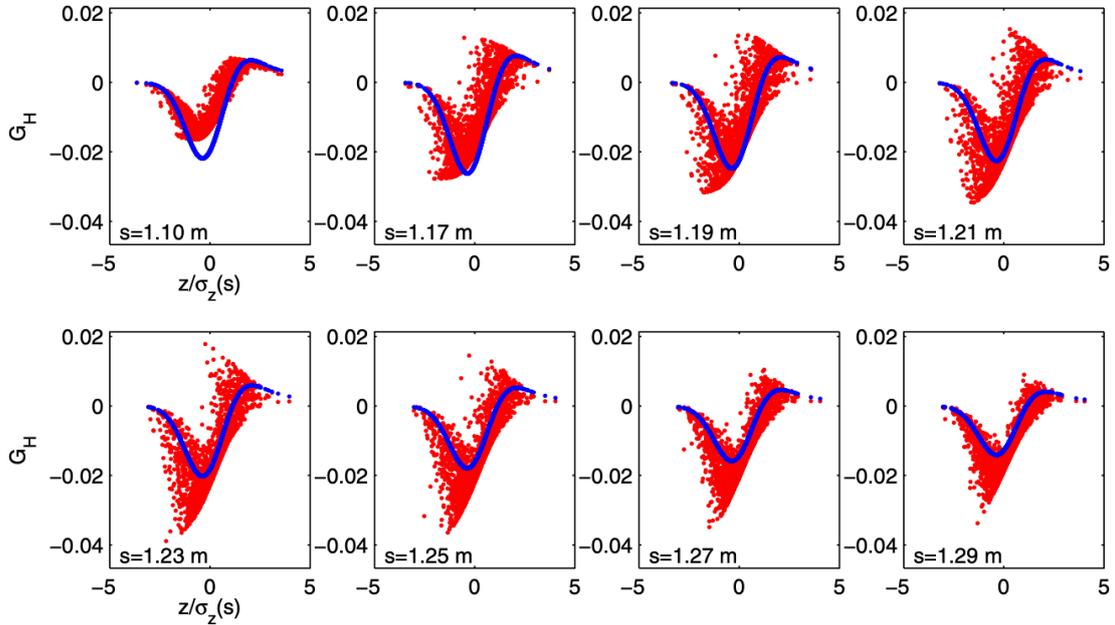


FIG. 9. (Color)  $G_H(\tilde{x}, \tilde{z}, s)$  vs  $\tilde{z}$  for the representative particle of the bunch at each  $s$  for the thick-bunch case with  $\epsilon_{nx0} = 1$  mm-mrad and  $\sigma_{H0} = 10^{-3}$ . The red dots are obtained from Eq. (134), and the blue line is the rigid-line bunch result in Eq. (140).

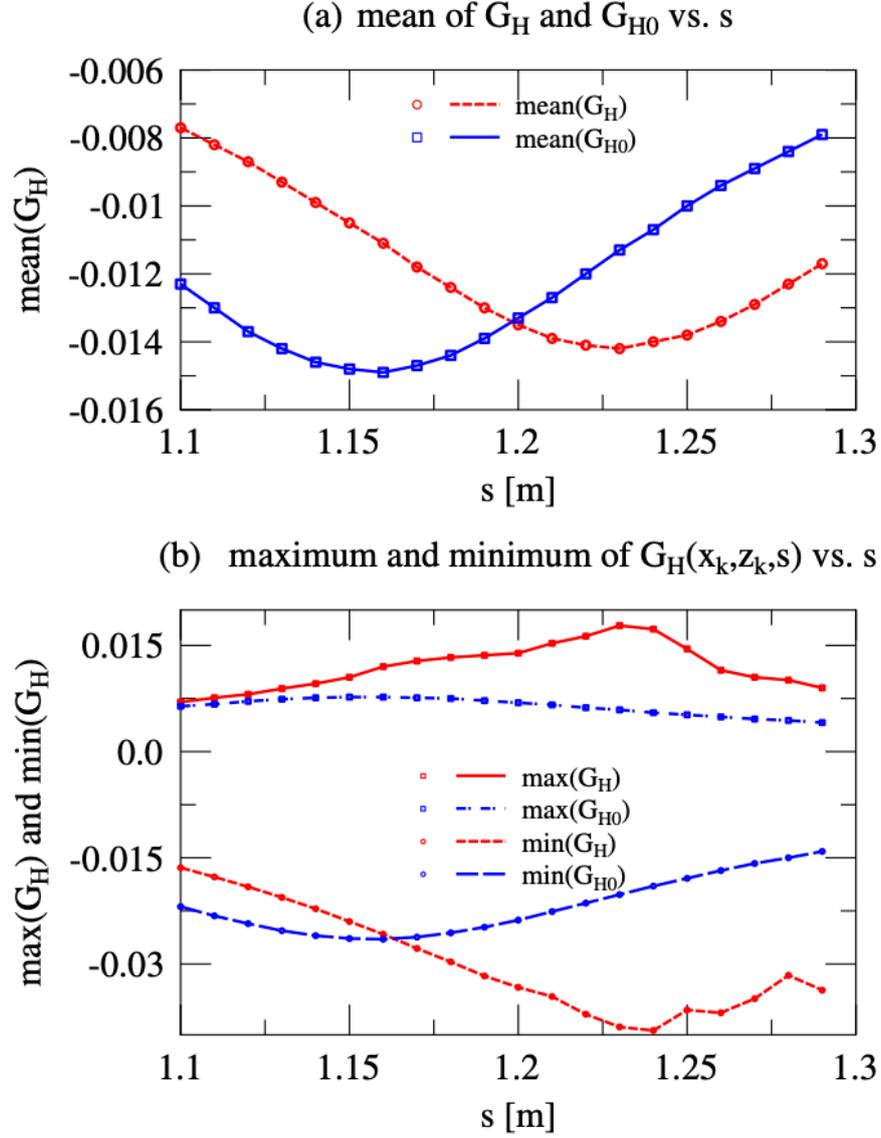


FIG. 10. (Color) Thick-bunch case:  $\epsilon_{nx0} = 1$  mm-mrad and  $\sigma_{H0} = 10^{-3}$ . (a) Mean of  $G_H(\tilde{x}_k, \tilde{z}_k, s)$  and  $G_{H0}(\tilde{z}_k, s)$  for the representative particles; and (b) maximum and minimum values of  $G_H(\tilde{x}_k, \tilde{z}_k, s)$  and  $G_{H0}(\tilde{z}_k, s)$  for the representative particles vs path length  $s$ .

## 8.4 其它

这篇论文讨论细致，值得再三琢磨。此处仅考虑 CSR 稳态、无金属管壁边界情况，暂态与存在金属屏蔽情况此处不论。但是同样的分析方法可以推广到包含 Saldin 中的其它情况，特别是 Case D [1]。

该论文有几处笔误，如：Lorentz gauge 应为 Lorenz gauge、Eqs. (20,22) 应该加“波浪”符号，为  $\tilde{\mathcal{P}}_x, \tilde{\mathcal{P}}_y$ 、Eq. (24) 的  $\tilde{\mathcal{A}}_s$  应为  $\tilde{A}_s$ ，且  $\delta_H$  或  $\tilde{H}$ ?

## 参考文献

- [1] E. L. Saldin, E. A. Schneidmiller, and M. V. Yurkov, *On the coherent radiation of an electron bunch moving in an arc of a circle*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **398** (1997) 373-394.