

加速器束流动力学期刊论文导读 (2021 年 4 月)

受“京师物理”公众号启发，我们几个同好便萌生将加速器领域的代表性期刊 Physical Review Accelerators and Beams (PRAB) 里的论文进行导读。主要 (但不限于) 导读材料选自 PRAB 近期上线的期刊，与部分美国物理学会 (American Physical Society, APS) 旗下的其它期刊或过去 PRST-AB 可能涉及加速器方面的论文。与超快电子衍射成像动力学相关的论文则不在此限。

预期论文导读将于每个月初收集后发布，在 http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh_CN/article/2191806/content/1551.htm#article 可以找到过去的导读文档。限于成员水平，导读仍许多地方有待改进 (正)。任何关于导读内容的指正、建议、意见都欢迎提出、交流，我们期待从交流讨论中激发的可能研究课题。

本期 (2021 年 4 月) 导读成员¹负责结果统计如下表

成员姓名	导读列表	联系方式
蔡承颖	[4]、[5]、[6]、[7]、[8]、[9]、[10] [11]、[13]、[14]、[15]	jcytsai@hust.edu.cn
秦伟伦	[??]	qinweilun1991@gmail.com
宋怡方	[1]、[16]、[17]	yifangsong@hust.edu.cn
雷健	[12]	aaron_lei@hust.edu.cn
范子钰	[2]、[3]	m202071684@hust.edu.cn
袁怡	[??]	verayy@hust.edu.cn
漆鸿	[??]	d201880400@hust.edu.cn

¹宋怡方、漆鸿、雷健、袁怡、范子钰为电磁所樊宽军教授研究生。

目录

1	通过非线性等离子体尾场产生可调的 10 mJ 量级太赫兹脉冲 [PR Applied 15] Generation of Tunable 10-mJ-Level Terahertz Pulses through Nonlinear Plasma Wakefield Modulation	4
2	利用网格法计算相干同步辐射 [PRST-AB 7-5] Calculation of coherent synchrotron radiation using mesh	7
3	矩形管中的相干同步辐射稳态场 [PRST-AB 12-09] Steady fields of coherent synchrotron radiation in a rectangular pipe	10
4	色品与反馈对横向头尾不稳定性的综合效应 [24-05] Combined effect of chromaticity and feedback on transverse head-tail instability	15
5	基于 Laguerre-Gaussian 模的激光加热器用来抑制 X 射线自由电子激光的微束团不稳定性 [PRL 124] Laguerre-Gaussian Mode Laser Heater for Microbunching Instability Suppression in Free-Electron Lasers	18
6	孤立单周期阿秒光脉冲的产生与量测 [Science 314] Isolated Single-Cycle Attosecond Pulses	22
7	频域调制电子束动力学分析 [NIMA 870-01] Dynamics of modulated beams in spectral domain	26
8	非相干同步辐射引致能量扩散导致的束团去群聚效应 [NIMA 870-02] Beam debunching due to ISR-induced energy diffusion	28
9	基于多个束团压缩段的直线加速器的增益函数解析式 [NIMA 999] Dependency of a compact and analytic gain function for the linac with multiple bunch compressors on the initial density modulation	30
10	储存环单束团单模相干同步辐射不稳定性 [PRST-AB 6-06] Single-mode coherent synchrotron radiation instability	34
11	储存环单束团单模相干同步辐射不稳定性–bunched beam [PRST-AB 6-08] Single-mode coherent synchrotron radiation instability of a bunched beam	39
12	通过获取单发时间分辨的 MeV 衍射图像来可视化晶格动力学行为 [JAP 129] Visualizing lattice dynamic behavior by acquiring a single time-resolved MeV	

diffraction image	43
13 Courant-Snyder 相位与 Gouy 相位的等价性讨论 [PRA 102] Equivalence of Gouy and Courant-Snyder phase	48
14 考虑束团形变的相干同步辐射阻抗 [PRST-AB 8-01] Impedance description of coherent synchrotron radiation with account of bunch deformation	51
15 粒子加速器中多束团不稳定性的显形式解析解 [Physica Scripta 94] Exact solution of multi-bunch instabilities for ultra-relativistic constant en- ergy bunches in particle accelerators	54
16 基于射频电子枪注入器中的离轴束流动力学 [19-11] Off-axis beam dynamics in rf-gun-based electron photoinjectors	56
17 用于超快超高剂量率放射治疗的紧凑型 S 波段直线加速器 [PRAB 24-05] Compact S-band linear accelerator system for ultrafast, ultrahigh dose-rate radiotherapy	58

1 通过非线性等离子体尾场产生可调的 10 mJ 量级太赫兹脉冲 [PR Applied 15]

Generation of Tunable 10-mJ-Level Terahertz Pulses through Nonlinear Plasma Wakefield Modulation

1.1 基本信息

- 分类: 其它相关文章
- 作者: Hanqi Feng, Zheng Zhou, Yipeng Wu, Zhangfeng Gao, Yifan Liang, Nanshun Huang, Lixin Yan, Haixiao Deng, Yingchao Du, Renkai Li, Wei Lu, Wenhui Huang, and Chuanxiang Tang (主要机构: 清华大学)
- 类型: 数值模拟
- 链接: <https://journals.aps.org/prapplied/pdf/10.1103/PhysRevApplied.15.044032>

1.2 摘要

基于高密度电子束串列、并具有窄频宽的可调相干太赫兹辐射在许多科学应用中非常必要。本文提出了一种产生峰值电流极高 (大于 10 kA)、间距为皮秒且可调的电子束串的方案, 可用于产生这种太赫兹源。束流通过等离子体段, 并与自激非线性等离子体的尾场相互作用, 可获得“锯齿形”的能量调制。通过磁光学的方法, 能量调制被有效地转换成束流密度调制并形成微束团, 微束团的总电荷高达数 nC, 聚束因子高达约 0.8。作者通过理论分析和模拟得出, 这一过程可以产生能量约为 10 mJ 的可调窄带太赫兹辐射。该方案可以在重复频率在千赫兹甚至亚兆赫量级的加速器上实现, 在现代科学和相关技术中具有很大的潜力。

1.3 贡献或创新点

- 创新点: 本文提出了使 nC 量级的电子束通过一段等离子体段, 如果电子束密度远高于等离子体且束团长度远大于等离子体的波长, 就可以在电子束内部产生近似于周期性“锯齿”分布的纵向尾场 E_z 。由此在电子束内部产生能量调制, 此后通过 chicane 将能量调制转化为密度调制, 由此可以提高聚束因子进而增大太赫兹辐射的转化效率, 束团串列的频率可以通过改变等离子体密度调节。方案示意图可见

下图，该方案可以在高电荷量 (数 nC 到数十 nC) 的同时得到 0.8 左右的高聚束因子，有助于产生高能量的太赫兹相干辐射。

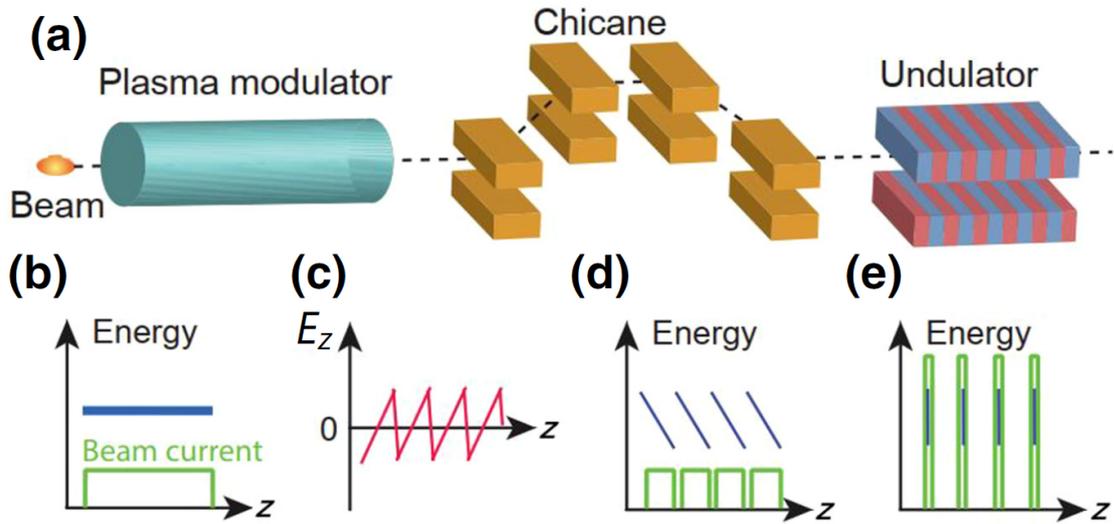


图 1: (a) 方案的整体概念图; (b) 等离子体调制器入口的束流的纵向相空间和电流分布; (c) 等离子体中束流激发的纵向尾场; (d-e) 在 chicane 入口和出口处束流的纵向相空间和电流分布。

- 贡献: 本文讨论了该方案的难点主要在于保证束流密度大于等离子体密度 ($n_b > n_p$), 以 1 THz 为例, 对应的等离子体密度为 $n_p = 1.6 \times 10^{16} \text{cm}^3$, 为了得到足够高的束流密度产生非线性等离子体尾场, 需要 $n_b = 6.8 \times 10^{16} \text{cm}^3$ 。这一密度要求束流在等离子体段入口的横向尺寸达到 $5 \mu\text{m}$, 这需要非常强的聚焦元件才能达到。如果要进一步提高相干辐射的频率, 需要进一步增加等离子体密度, 其关系正比于等离子体的波数 $k_p \propto \sqrt{n_p}$, 且束流密度也需要随之提升保证 $n_b > n_p$ 的关系。

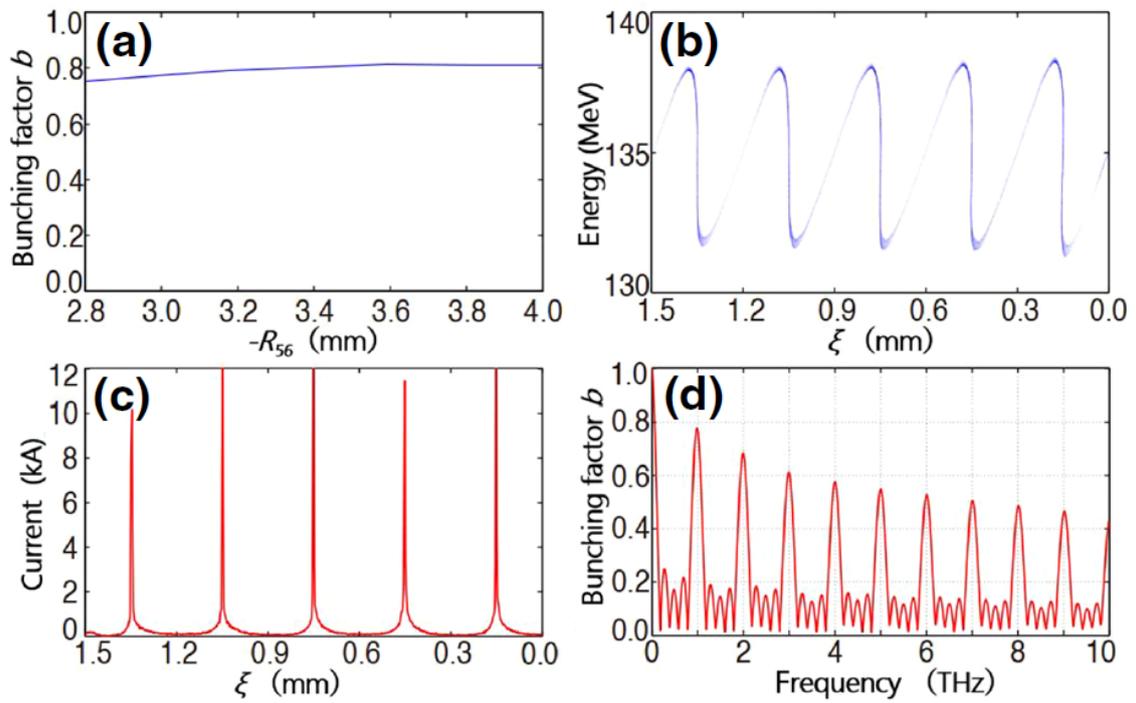


图 2: (a) 基频为 1THz 的聚束因子 b 关于不同 chicane 的 R_{56} 值时的函数; (b)“完全压缩”情况下的束流的纵向相空间; (c) 相应的束流电流分布; (d) 不同基频谐波下的聚束因子。

2 利用网格法计算相干同步辐射 [PRST-AB 7-5]

Calculation of coherent synchrotron radiation using mesh

2.1 基本信息

- 分类: 尾场、阻抗计算
- 作者: T. Agoh and K. Yokoya (KEK)
- 类型: 理论、数值计算
- 链接: <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.7.054403>

2.2 摘要

本文提出一种数值计算相干同步辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR) 的新方法, 在傍轴近似 (paraxial approximation) 的条件下, 在频域对电磁场进行网格划分计算。所谓傍轴近似, 原是指在几何光学系统中光线的传播方向与参考轴之间夹角 $\theta \ll 1$, 从而有 $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ 。类似地, 在研究电磁波也可引入这一概念, 认为束流发出的相干同步辐射呈圆锥体且与束流轨迹之间的张角很小, 从而确保辐射传播方向与束流运动方向基本一致, 不考虑辐射在管壁上反射后造成的反向传播的分量。该方法的主要步骤是: 首先对麦克斯韦方程组中的时间变量 t (或, 束团内局部坐标) 进行傅里叶变换, 得到加速器坐标系 (x, y, s) [其中, s 为参考粒子沿束流传输方向的纵向广域坐标] 下的频域电磁场微分方程, 然后在给定研究背景下施加假设条件对方程进行简化, 从而得到形式较简洁的相干同步辐射纵向尾场表达式², 接着对求解空间进行网格划分, 通过有限差分法将偏微分方程转换为差分方程, 然后根据在管壁表面 (媒质分界面) 的电磁场分布特性得到边界条件, 根据求解稳态场的假设得到束流在磁场入口处的初始条件, 最终进行循环计算求解整个区域的 CSR 尾场。

在进行方程简化时所使用的假设主要有:

1. 腔体横截面尺寸 a 远小于弯曲轨道半径 ρ
2. 束团由极端相对论速度的电子组成, 洛伦兹因子 $\gamma = \infty$
3. 忽略大张角的辐射分量

²表达式是关于横向电场的偏微分方程。

4. 束团的形状不发生改变
5. 腔壁材料为理想导体。

通过网格法，本文得到了自由空间中的稳态、无限大平行板条件下的稳态 CSR 场和自由空间中的瞬态 CSR 场等这三种类型的纵向 CSR 尾场图像，分别与已有的解析公式对应的图像进行了比较，均能保持一致。

2.3 贡献或创新点

- 贡献：作者将求解相干同步辐射尾场这一复杂物理问题转化为求解形式已知的微分方程这一常规数学问题，利用差分替代微分的思想，合理划分网格，使得计算的收敛性和准确性均得到保证。尽管论文中为了降低计算难度使用了许多假设条件，例如设定束流管道截面为矩形且大小不变，忽略束流横向尺寸、导体电阻率为零等，但这一套方法为后续更一般性情况如的尾场计算提供了研究思路。
- 创新点：主要有二
 1. 在对麦克斯韦方程组进行傅里叶变换的过程中，通过傍轴近似，忽略高阶项和高次微分项的影响使得最终尾场表达式形式尽量简化，大大降低了后续计算量，有利于计算机编程实现。
 2. 在进行微分方程离散化时采用中心差分法而不是欧拉差分法，保证了误差稳定性。利用频域分析的特点，划分网格时允许其尺寸大于相干辐射波长，数值模拟表明在提高运算速度的同时该方法具有较好的计算精度。

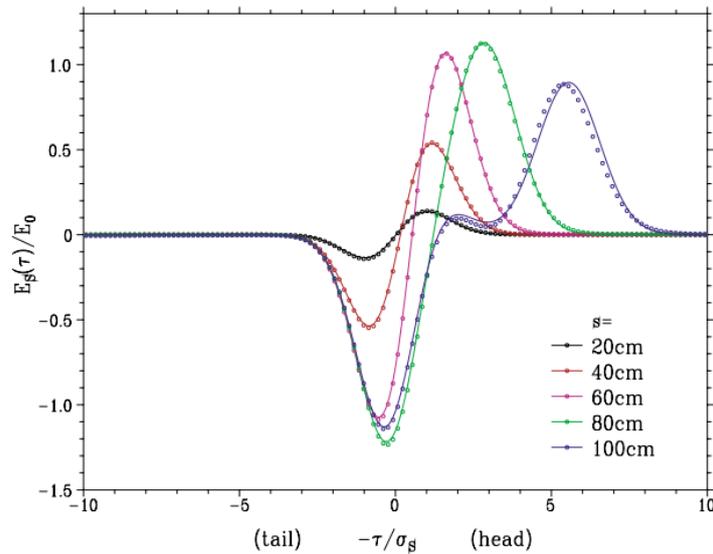


FIG. 3. (Color) The longitudinal electric field E_z at $x = y = 0$ in transient state without shielding. The analytic solution is plotted with solid lines and the dots are the simulation results. The different colors indicate the tracking length from the entrance of the magnet: $s = 20$ cm (black), 40 cm (red), 60 cm (magenta), 80 cm (green), and 100 cm (blue), respectively. The size of the chamber cross section is $w \times h = 34$ cm \times 28 cm.

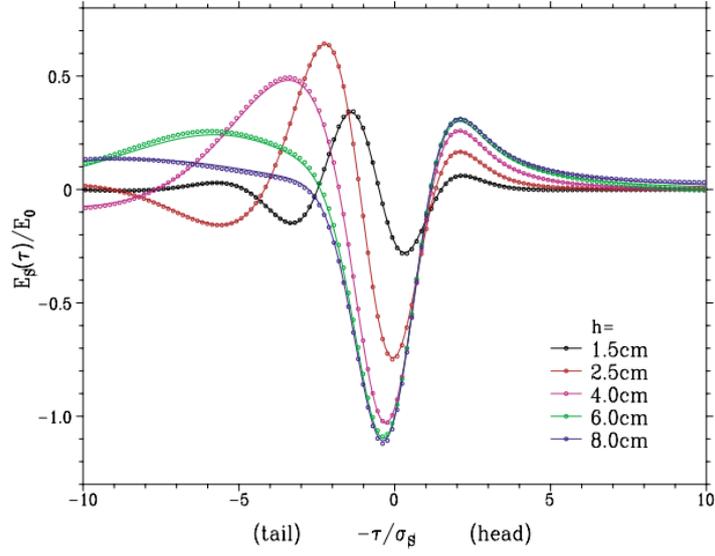


FIG. 2. (Color) The longitudinal electric field E_s in steady state at $x = y = 0$ between infinite parallel plates. Warnock's formula is plotted with solid lines. The dots are the simulation results. The different colors show the gap between the two horizontal parallel plates, $h = 1.5$ cm (black), 2.5 cm (red), 4 cm (magenta), 6 cm (green), and 8 cm (blue), respectively. The width of the chamber is $w = 50$ cm and the length of the magnet is 3 m.

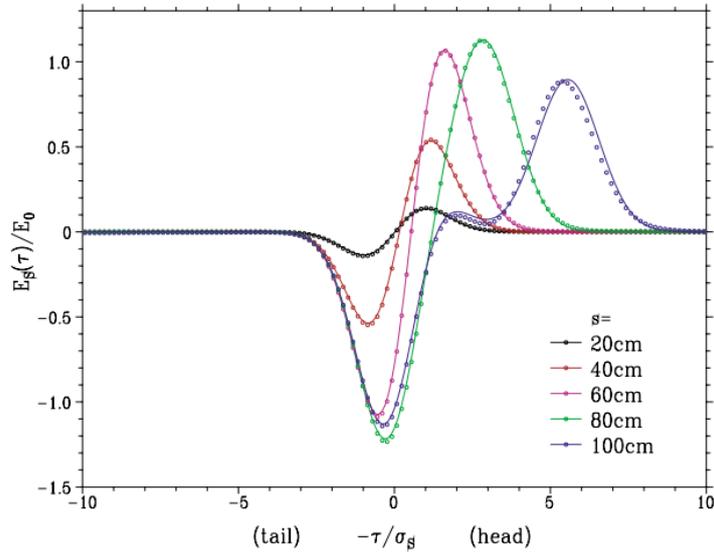


FIG. 3. (Color) The longitudinal electric field E_s at $x = y = 0$ in transient state without shielding. The analytic solution is plotted with solid lines and the dots are the simulation results. The different colors indicate the tracking length from the entrance of the magnet: $s = 20$ cm (black), 40 cm (red), 60 cm (magenta), 80 cm (green), and 100 cm (blue), respectively. The size of the chamber cross section is $w \times h = 34 \text{ cm} \times 28 \text{ cm}$.

3 矩形管中的相干同步辐射稳态场 [PRST-AB 12-09]

Steady fields of coherent synchrotron radiation in a rectangular pipe

3.1 基本信息

- 分类: 尾场、阻抗计算
- 作者: T. Agoh (KEK)
- 类型: 理论、数值计算
- 链接: <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.12.094402>

3.2 摘要

在旁轴近似的条件下, 本文对矩形管 (beam pipe) 中稳态相干同步辐射进行计算推导, 得到了时域上的纵向尾场和频域上的阻抗表达式。在第二节中, 利用垂直波数的概念和傅里叶级数展开, 由麦克斯韦方程得到了矩形管中纵向电场分量 E_s 与横向电场分量 E_x 、 E_y 之间的函数方程, 该方程的齐次型具有与艾里 (Airy) 微分方程相同的结构, 通过分析艾里微分方程组基础解在复平面的函数特点, 可以找到满足相干同步辐射特性的一组解: Ai 和 Ci, 于是得到了基于艾里函数交叉积的纵向电场的表达式。在第三节中, 由尾场与阻抗之间的关系先得到了矩形管中的阻抗表达式, 然后依次令管道内壁坐标 $x_a \rightarrow -\infty$, 管外壁坐标 $x_b \rightarrow \infty$, 得到了在 pillbox 腔和上下平行板情况下的阻抗表达式。接着对矩形管道的屏蔽效应进行研究, 根据简化的阻抗表达式分析矩形腔的宽度 w 与高度 h 各自的影响效果。当矩形腔的宽度 w 与高度 h 满足 $w \gg h/\pi$ 时, 可以忽略侧壁对阻抗的影响, 此时矩形腔相当于平行板。在第四节研究了管中的场共振 (当辐射的相速度与粒子运动速度相等时发生)。通过引入虚波数的概念和求解艾里函数, 得到了分别位于实轴和虚轴上的共振极点, 其中虚极点主要由管内壁决定, 实极点主要由管外壁决定。在第五节通过对阻抗进行傅里叶变换和适当选取积分路径, 得到了时域的相干同步辐射纵向尾场表达式。解析解与数值模拟结果吻合、与已有的前人公式基本一致。第六节中, 作者对这篇论文中用到的傍轴近似适用条件进行了探讨, 结论是要求 $k \gg \pi/\min[w, h, \rho]$ 。

3.3 贡献或创新点

- 贡献：本文得到矩形管、pillbox 腔和上下平行板等多种情况下的相干同步辐射阻抗表达式并证明在一定条件下它们之间可以相互转化。基于艾里函数直观展现了 HE 和 VE 两种模式以及共振极点对尾场的贡献影响。
- 创新点：主要有二
 1. 通过对纵向尾场表达式进行分析，证明相干同步辐射尾场由振荡模式和阻尼模式叠加组成。振荡模态由实轴上的共振极点引起，它由在共振点上叠加的正弦波组成。其特点是滞后于源电荷，图像上在束团后面有一个长尾巴，类似于直轨道上通常的尾场。而阻尼模式由虚轴上的共振极点引起，特点是对位于源粒子前后面的测试粒子具有不同的作用效果（位于后面时受到阻碍力减速，位于前面时受到推动力加速）且不引起束团能量的变化，因此阻尼模式和直线轨道上的空间电荷场类似。
 2. 通过以波数为基础构建表达式和绘制图像，直观展现了不同频率对总体辐射贡献度，便于后续进一步的分析。

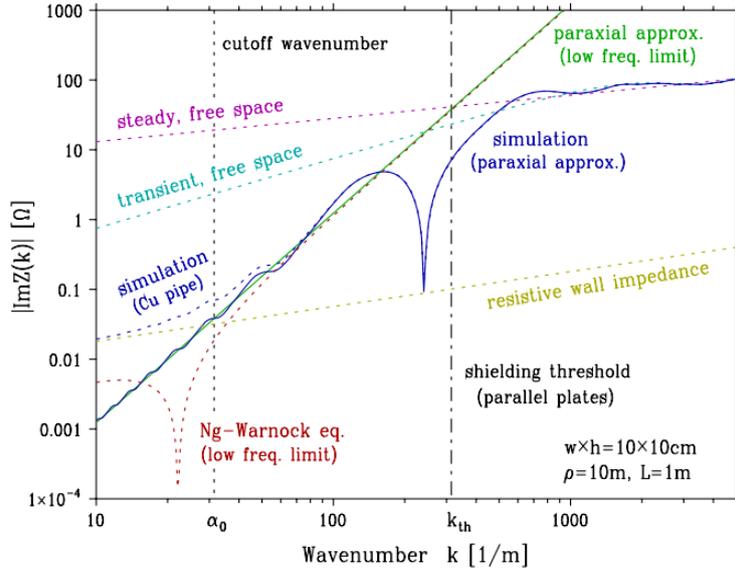


FIG. 6. (Color) Imaginary impedance in the low frequency limit. We assume a thin beam of ultrarelativistic particles, i.e., $\Lambda_p = 1$ and $\gamma = \infty$. The green line is the asymptotic expression of Eq. (90), and the red dashed line shows Eq. (87). The blue solid line represents the simulation result using the parabolic equation in the paraxial approximation [11], where we set the magnet length to 1 m and assume a perfectly conducting pipe. The most realistic case is shown by the blue dashed line which is the impedance in a copper square pipe, obtained by simulation [12]. The chamber width and the height are $w \times h = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$, and the bending radius is $\rho = 10 \text{ m}$. The dashed vertical line is the vertical cutoff wave number $\alpha_0 = \pi/h$, and the dot-dashed vertical line is the threshold wave number k_{th} . We draw also the CSR impedance in free space: the steady CSR of Eq. (79) is shown by the magenta dashed line and the transient state [8] by the cyan dashed line. The brown dashed line is the resistive wall impedance [18] due to a copper round pipe which is straight and has a diameter of 10 cm. (It is shown that the longitudinal resistive wall wakefield at the center of a square pipe is equal to the one at the center of a round pipe which is inscribed in the square [12,19].)

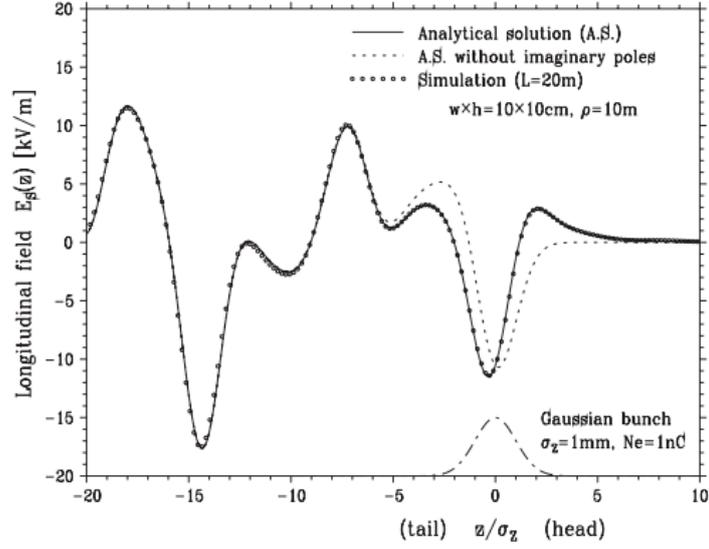


FIG. 11. The longitudinal field of CSR in a square pipe. The horizontal axis is the longitudinal position in the Gaussian bunch in units of the rms bunch length $\sigma_z = 1$ mm. The dot-dashed line is the Gaussian bunch. The bunch charge is $q_e = +1$ nC (positron), the Lorentz factor is $\gamma = \infty$. The solid line represents the analytical solution of Eq. (152), the small circles indicate the simulation result in which we set the magnet length to 20 m so that the field becomes nearly stationary in a range of $|z| < 20\sigma_z$. The dashed line is the analytical solution of Eq. (152) without K_p of Eq. (155). The chamber cross section is $x_b = -x_a = 5$ cm and $h = 10$ cm, and the bending radius is $\rho = 10$ m.

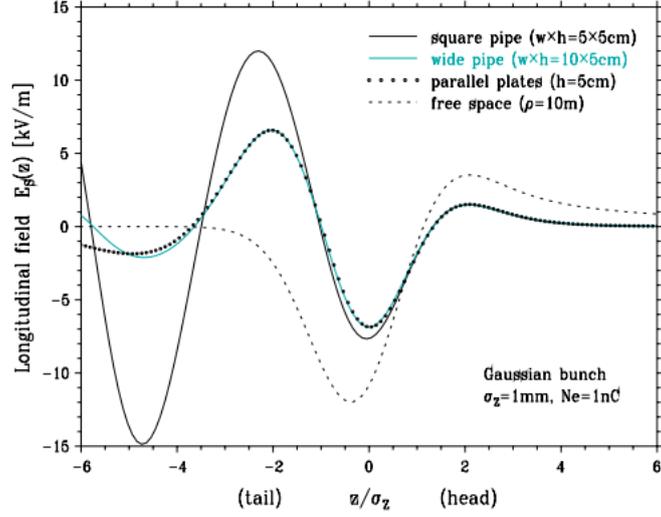


FIG. 12. (Color) Comparison of rectangular pipe with parallel plates. The black solid line represents the field in a rectangular pipe of $w \times h = 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$; the cyan solid line is for a wide pipe of $w \times h = 10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$. They are obtained from Eq. (152). The small circles show the field between parallel plates with a spacing $h = 5 \text{ cm}$, which is computed by a numerical Fourier transform for Eq. (76). The dashed line is the longitudinal field in free space, given by Eq. (83). The bunch is Gaussian with a length $\sigma_z = 1 \text{ mm}$, and the charge is $q_e = +1 \text{ nC}$. The bending radius is $\rho = 10 \text{ m}$, and the Lorentz factor is $\gamma = \infty$.

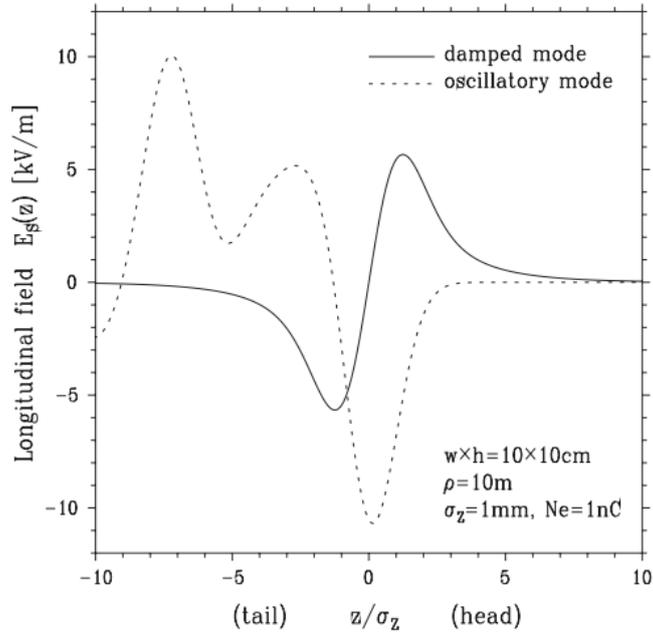


FIG. 13. The longitudinal field of the damped mode (solid line) and the oscillatory mode (dashed line) for a Gaussian bunch. The parameters are the same as Fig. 11.

3.4 其它

论文中得到的阻抗在低频段与已有的理论结果有较大的差异，因为此时傍轴近似条件不再适用，理想导体假设也不成立，由此可以考虑对公式作进一步完善，将其推广至更为普遍的条件下。

4 色品与反馈对横向头尾不稳定性的综合效应 [24-05]

Combined effect of chromaticity and feedback on transverse head-tail instability

4.1 基本信息

- 分类：高能加速器与对撞机
- 作者：Victor Smaluk, Gabriele Bassi, Alexi Blednykh, Aamna Khan (布鲁克海文国家实验室, Brookhaven National Laboratory, BNL)
- 类型：理论、实验
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.054401>

4.2 摘要

粒子束与短程尾场 (short-range wakefield), 或高频阻抗 (high-frequency impedance), 的共振作用是造成头尾不稳定性的原因, 从而形成环形加速器中单束团束流强度能稳定运行的上限。有许多抑制这种不稳定性的方法, 如, 由于加速器非线性磁聚焦结构造成的快色品³衰减 (fast chromatic damping)、朗道阻尼 (Landau damping) 等被动效应。此外, 以束流为基础的反馈系统 (beam-based feedback system), 又称横向阻尼器 (transverse damper), 则能提供对束团振荡的主动抑制效应。众所周知, 上述的反馈系统或横向阻尼器能够有效抑制长程尾场 (long-range wakefield), 或低频阻抗 (low-frequency impedance), 导致的集体不稳定性, 如, 阻抗壁尾场造成的耦合束团不稳定性 (coupled-bunch instability)。但是, 这类反馈系统或横向阻尼器是否能够有效抑制单束团头尾不稳定性, 目前尚无定论。

这篇论文尝试系统地讨论色品与反馈系统对横向头尾不稳定性的综合效应。这篇论文首先回顾世界上几个环形加速器, 包含对撞机与同步辐射光源, 中对头尾不稳定性的实验量测结果。并且回顾了基于求解头尾不稳定性的代数特征系统的理论模型。论文作者基于美国纽约布鲁克海文国家实验室同步辐射光源 NSLS-II (National Synchrotron Light Source-II) 的实验结果与理论模型比较, 对于不同色品与分别考虑反馈系统存在

³色品表征束团中不同粒子间, 其稍微不同的能量差造成的横向 betatron 振荡频率的差别, 即 $\xi \propto \Delta\omega_\beta/\Delta\delta$, 其中, $\delta = \Delta E/E$ 。

与否情况下的束团头尾不稳定性的单束团电流阈值的影响。

论文得到的结论为，操作在色品为正的情况下 ($\xi > 0$)，无论是否存在反馈，头尾不稳定的单束团电流阈值将有效提高。存在反馈时，则阈值更高。当操作在色品为负的情况下 ($\xi < 0$)，必须存在反馈系统，否则电流阈值很低，将发生头尾不稳定性。

4.3 贡献或创新点

- 贡献：论文将过去半个世纪里几个在环形加速器中关于头尾不稳定性电流阈值与色品及反馈系统横向阻尼器的实验总结，并说明，在不同加速器中对于其中一些实验结果存在实验间的不一致或实验与理论预测间的不一致。

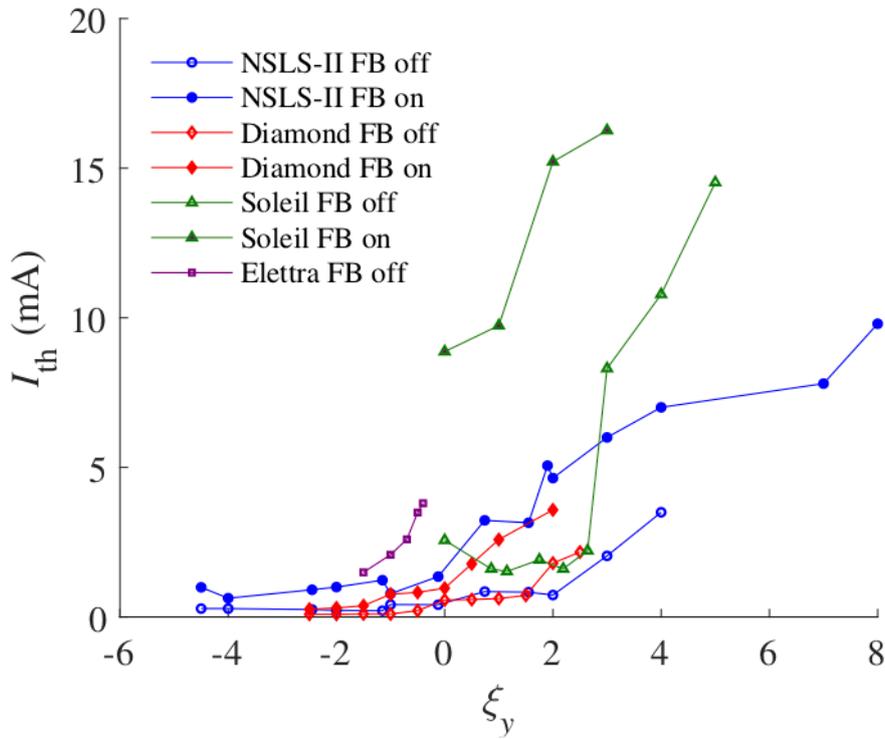


FIG. 4. Measured single-bunch threshold current as a function of chromaticity, with and without feedback.

- 创新点：论文应用求解头尾不稳定性的代数特征系统的理论模型，假设高频阻抗模型为 RLC 谐振模型 (品质因数 $Q \approx 1$)。求解的复数特征值，其中实部对应头尾模式振荡频率的偏移 (mode-frequency shift)，虚部表征模式增长或衰减率 (growth/damping rate)。

4.4 其它

关于头尾不稳定性的理论，可以参考经典教科书 [3]。

参考文献

- [1] A.W. Chao, Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators, 电子版下载 <https://www.slac.stanford.edu/~achao/wileybook.html>

5 基于 Laguerre-Gaussian 模的激光加热器用来抑制 X 射线自由电子激光的微束团不稳定性 [PRL 124]

Laguerre-Gaussian Mode Laser Heater for Microbunching Instability Suppression in Free-Electron Lasers

5.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Jingyi Tang, Randy Lemons, Wei Liu, Sharon Vetter, Timothy Maxwell, Franz-Josef Decker, Alberto Lutman, Jacek Krzywinski, Gabriel Marcus, Stefan Moeller, Zhirong Huang, Daniel Ratner, and Sergio Carbajo (主要机构：SLAC)
- 类型：实验
- 链接：<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.124.134801>

5.2 摘要

这篇论文探索基于操作在 Laguerre-Gaussian 模式 (LG_{01}) 的激光加热器在 LCLS (Linac Coherent Light Source) 中对微束团不稳定性 (microbunching instability, MBI) 与后段自种子 (soft x-ray self-seeding) 软 X 射线自由电子激光 (x-ray free electron laser, XFEL) 效能的影响。目前来说，短程集体效应驱动的 MBI 对高亮度电子束储存环、直线加速器与 FEL 等形成较负面的影响。抑制这类不稳定性的一个已知方案可以通过激光加热器 (laser heater, LH) 引入一定量的 (非相干) 能散。不只是引入的能散增加提供的额外朗道阻尼 (Landau damping)，由于 LH 引致的电子束团能散分布形态⁴也影响了对 MBI 的抑制效果，因此，可以通过调整 LH 的横向模式而改变电子束团能散分布形态，进而控制对 MBI 的抑制。

这篇论文在 LCLS 现有软 X 射线自种子 FEL 操作模式 (见下图) 上，首次在实验上验证 LG_{01} LH 对 MBI 抑制对有效性，并与过去使用高斯模式的 LH 比较。另外，还讨论了这种改进的 LH 对软 X 射线自种子 FEL 效能的影响。

⁴注意，LH 的横向模式分布并不直接对应电子束团能散分布。

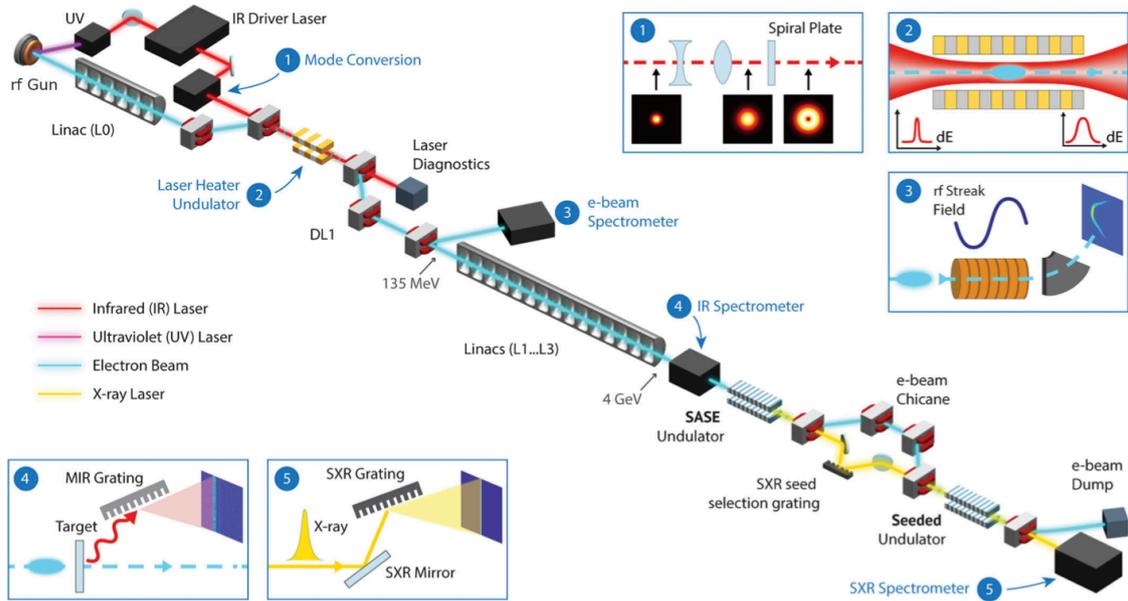


FIG. 1. Simplified schematic of start-to-end experimental configuration, from the photoinjector to the SXRSS diagnostic end station (not drawn to scale).

5.3 贡献或创新点

- 贡献：再次证实不只是引入的能散增加提供的额外朗道阻尼，由于 LH 引致的电子束团能散分布形态也影响了对 MBI 的抑制效果，因此，可以通过调整 LH 的横向模式而改变电子束团能散分布形态，进而控制对 MBI 的抑制。过去使用高斯模式的 LH 引致的电子束能散分布为抛物线 (parabolic) 形式，现在使用 LG_{01} 模式引致的分布为近高斯分布，由下 Fig. 2 图可以看出，理论上也可以推导得出此结论。

实验进一步验证高斯模式与 LG_{01} 模式在不同激光能量情况下引致的电子束团能散分布形态与高斯能量分布的差别，利用 Gaussian R^2 fitting，参考如下右图 (Fig. 3)，其中， $R^2 = 1$ 为理想高斯分布。

对后段自种子软 X 射线 (soft x-ray self-seeding, SXRSS) 自由电子激光影响的分析利用了波荡器入口处的中红外频谱仪 (mid-infrared spectrometer, MIR)。MIR 的 coherent signal 正比于微束团的群聚因子 (bunching factor)。可以看到如下图 Fig. 4 的实验量测，下右图的蓝色数据表示基于过去高斯模的群聚因子大致上比红色数据的基于 LG_{01} 模的群聚因子大些，表示 LG_{01} 模 LH 能对 MBI 有一定的抑制作用。

下图的 Fig. 5 则是利用修改后的 ELEGANT 模拟元件 LSRMDLTR，使其能模拟 LG_{01} 模 LH，并且结合 GENESIS 模拟后段的 SXRSS FEL 过程得到的 FEL 谱，与其谱中局部能量分布比例分析。

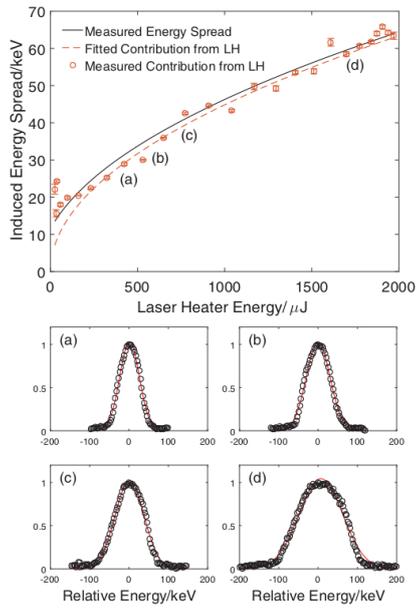


FIG. 2. Slice energy spread of the e beam after the laser heater as a function of LG_{01} laser energy. Total energy spread measured at 135 MeV spectrometer is fitted by the black line. The initial energy spread (with laser heater off) is removed in quadrature to obtain the red dashed line and the circles. (a)–(d) Four examples of energy distributions with (a) 25.1, (b) 30.3, (c) 36.8, and (d) 55.7 keV rms energy spread and their corresponding Gaussian fits.

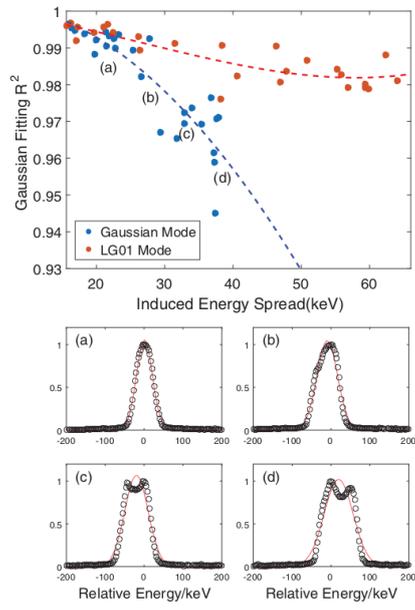


FIG. 3. Gaussian fitting coefficient of determination R^2 as a function of induced energy spread at laser heater for LG_{01} and Gaussian modes. (a)–(d) Four examples of energy distributions from transverse Gaussian mode laser heater with (a) 20.5, (b) 26.7, (c) 30.1, and (d) 37.2 keV rms energy spread and their corresponding Gaussian fits.

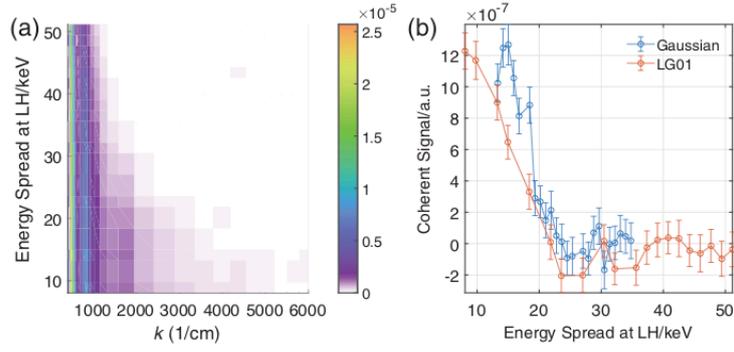


FIG. 4. (a) 2D MIR spectrograph as a function of induced energy spread by LG_{01} transverse mode LH and (b) integrated MIR spectral intensity for $k \in (3000, 5000) \text{ cm}^{-1}$ as a function of induced energy spread by both the LG_{01} and Gaussian mode LHs.

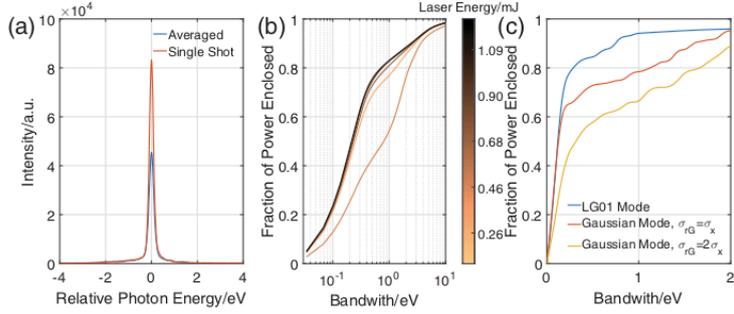


FIG. 5. (a),(b) SXRSS experiment results with LG_{01} mode LH. (a) Averaged (blue line) and single shot (red line) SXRSS spectra centered at 750 eV photon energy and (b) fraction of SXRSS spectral power as a function of bandwidth for varying LG_{01} mode energy in the LH. (c) Start-to-end simulation of SXRSS spectral bandwidth with Gaussian and LG_{01} mode laser heater at undulator length 23.1 m.

6 孤立单周期阿秒光脉冲的产生与量测 [Science 314]

Isolated Single-Cycle Attosecond Pulses

6.1 基本信息

- 分类：超快激光
- 作者：G. Sansone, E. Benedetti, F. Calegari, C. Vozzi, L. Avaldi, R. Flammini, L. Poletto, P. Villoresi, C. Altucci, R. Velotta, S. Stagira, S. De Silvestri, M. Nisoli (主要机构：National Laboratory for Ultrafast and Ultraintense Optical Science, CNR - Consiglio Nazionale delle Ricerche, 意大利)
- 类型：实验、数值模拟
- 链接：<https://science.sciencemag.org/content/314/5798/443/tab-figures-data>

6.2 摘要

这篇论文演示了利用 5 fs (FWHM) 的 few-cycle, stable-CEP 的红外调制激光 (中心波长约 7500 nm), 与 polarization gating technique⁵结合, 产生孤立、近乎单周期 (1.2 cycle) 的 36-eV⁶约 130 阿秒 (attosecond, as, 10^{-18} s) 光脉冲的方案。数值计算显示在此阿秒光脉冲内的 CEP 是稳定的。阿秒光脉冲为超快物理打开了一个新的领域, 从过去原子分子物理研究中利用脉冲强度包络 (intensity profile) 驱动的, 现在则是能够通过近乎单周期的阿秒脉冲电场 (electric field) 驱动。

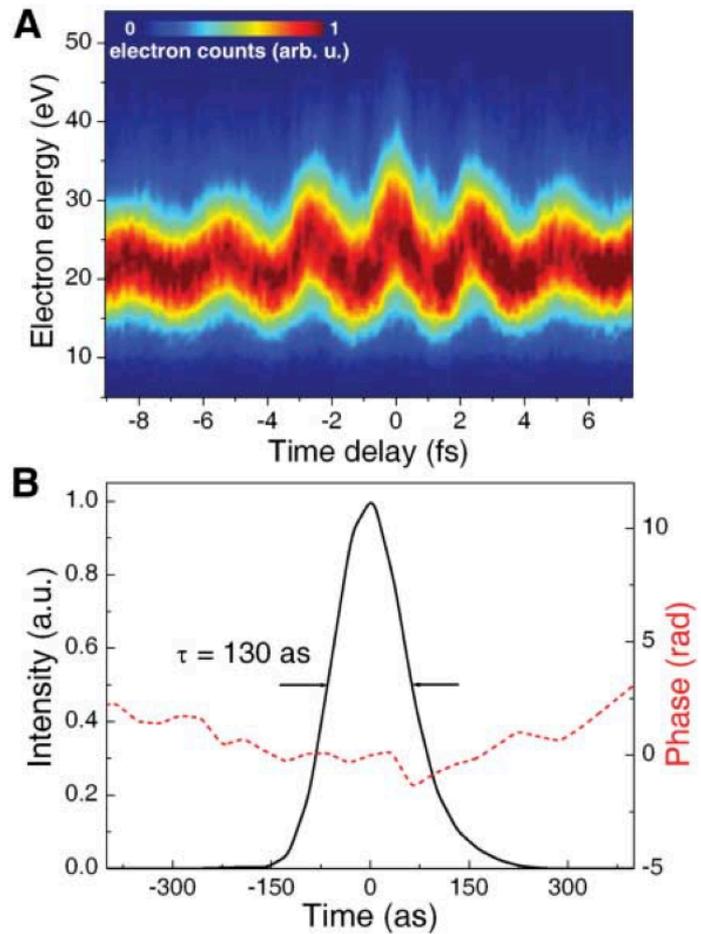
6.3 贡献或创新点

- 贡献：
 1. 产生超快光脉冲 (或电子脉冲) 的同时, 也要具备相同时间尺度的量测能力, 才能宣称其结果的可靠性。这篇论文应用超快光学中常用的频域分辨光学开关 (frequency-resolved optical gating, FROG) 技术结合“完全重建阿秒脉冲” (complete reconstruction of attosecond burst) 方案 (FROG CRAB), 对游离原子的 (阿秒) 电子物质波包量测分析, 能够获得对阿秒脉冲的时间与相位分布的信息。

⁵细节参考该论文的 Refs. [10-13]。

⁶约莫在极紫外 (extreme ultraviolet, XUV) 波段, 中心波长约为 34.4 nm 或 115 as。

Fig. 2. (A) Complete experimental CRAB trace measured in the case of a 300-nm-thick aluminum foil as a function of the temporal delay between the attosecond and the streaking IR pulses. Isolated attosecond pulses were generated by phase-stabilized, 5-fs pulses with modulated polarization state. (B) Reconstruction of the temporal intensity profile and phase of the attosecond pulses obtained from the CRAB trace after 5×10^4 iterations of the PCGPA algorithm.



2. 根据费曼路径积分技巧的 non-adiabatic saddle-point 方法，通过数值计算方法计算游离电子的动力学行为，计算结果与实验结果得到很好的一致性，证实产生的阿秒脉冲的 CEP 是稳定的。

6.4 其它

对于不熟悉超快光学背景知识的，提供以下一段关于 FROG 的简短介绍⁷

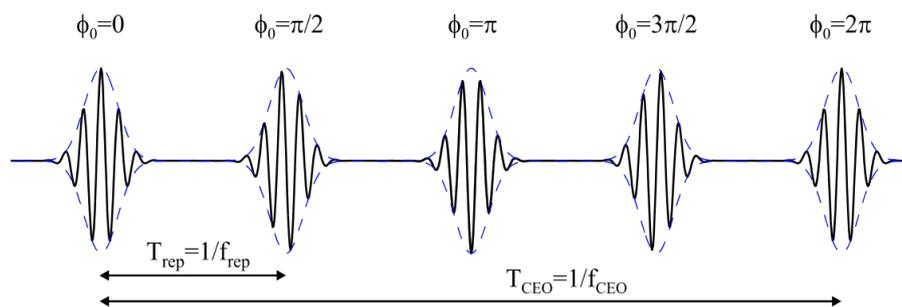
Frequency-resolved optical gating (FROG) is a general method for measuring the spectral phase of ultrashort laser pulses, which range from subfemtosecond to about a nanosecond in length. Invented in 1991 by Rick Trebino and Daniel J. Kane, FROG was the first technique to solve this problem, which is difficult because, ordinarily, to measure an event in time, a shorter event is required with which to measure it. For example, to measure a soap bubble popping requires a strobe light with a shorter duration to freeze the action. Because ultrashort laser pulses are the shortest events ever created, before FROG, it was thought by many that their complete measurement in time was not possible. FROG, however, solved the problem by measuring an "auto-spectrogram" of the pulse, in which the pulse gates itself in a nonlinear-optical medium and the resulting gated piece of the pulse is then spectrally resolved as a function of the delay between the two pulses. Retrieval of the pulse from its FROG trace is accomplished by using a two-dimensional phase-retrieval algorithm.

FROG is currently the standard technique for measuring ultrashort laser pulses, and also popular, replacing an older method called autocorrelation, which only gave a rough estimate for the pulse length. FROG is simply a spectrally resolved autocorrelation, which allows the use of a phase-retrieval algorithm to retrieve the precise pulse intensity profile and phase vs. time. It can measure both very simple and very complex ultrashort laser pulses, and it has measured the most complex pulse ever measured without the use of a reference pulse. Simple versions of FROG exist (with the acronym, GRENOUILLE, the French word for FROG), utilizing only a few easily aligned optical components. Both FROG and GRENOUILLE are in common use in research and industrial labs around the world.

超快光学中涉及一个称为载波包络相位 (carrier-envelope phase, CEP), 以 ϕ_0 表示。顾名思义，这个相位用来定量描述载波在波包内的相位，当 $\phi_0 = 0$ 或 2π 的整数倍时，

⁷取自https://en.wikipedia.org/wiki/Frequency-resolved_optical_gating

表示载波在波包内形成对称分布形态，如下图所示⁸



在频域中，定义载波包络相位频率为 $f_{CEO} = \frac{d\phi_0}{dt}$ 。这个 f_{CEO} 对应到在时域脉冲串的傅立叶变换后在频频的一个偏移，又称 carrier-envelope offset (CEO)。

按这篇论文的思路，以下对比是否可行，值得琢磨

- XUV pulse \Leftrightarrow e-beam or modulated e-beam
- Modulated IR pulse \Leftrightarrow few-cycle streaking field
- gas \Leftrightarrow gas?

⁸图取自https://en.wikipedia.org/wiki/Carrier-envelope_phase

7 频域调制电子束动力学分析 [NIMA 870-01]

Dynamics of modulated beams in spectral domain

7.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Nikolai A. Yampolsky (主要机构：Los Alamos National Laboratory, 美国)
- 类型：理论
- 链接：<http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2017.07.008>

7.2 摘要

这篇论文给出关于描述相空间调制电子束⁹在线性传输过程的动力学分析。与传统利用六维相空间 $\zeta = (x, p_x, y, p_y, \Delta t, -\Delta E)$ 描述电子束不同，这里用了一个等价的、经过傅立叶变换后的相空间 \mathbf{k} 作为描述调制电子束的基底坐标。调制分量在 \mathbf{k} 空间中是局域 (localized) 的量，因此，利用几个 (频域的) 低阶矩就能完整描述相空间调制的“状态”。相空间调制电子束在线性传输过程的动力学方程，即 Vlasov 方程，也就转化为在频域空间中 \mathbf{k} 的演化方程。这套分析方式能够大大简化在种子自由电子激光中各种调制方案的分析，如 HGHG、EEHG 等。

7.3 贡献或创新点

- 创新点：这是一篇理论论文，早在发表的几年前已经在 arXiv 流传。作者这个分析观点大大简化了分析相空间调制电子束的动力学行为。从原先熟悉的时域 Hamiltonian 与时域 Vlasov 方程

$$H(\zeta; s) = \frac{1}{2}\zeta^T \mathcal{H}(s)\zeta \Rightarrow \zeta(s) = R(s, s_0)\zeta(s_0)$$

$$\frac{df}{ds} = \partial_s f(\zeta; s) + (\nabla f)^T J \mathcal{H} \zeta = 0 \Rightarrow f(\zeta; s) = f[R^{-1}(s, s_0)\zeta; s_0]$$

经过傅立叶变换

$$f_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}; s) = \int f(\zeta; s) e^{-i\mathbf{k}^T \zeta} d^6 \zeta$$

⁹注意，“调制”本身即在频域的概念。

转化为在频域 Hamiltonian 与频域 Vlasov 方程

$$H_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}; s) = -\frac{1}{2}\mathbf{k}^T J\mathcal{H}(s)J\mathbf{k} \Rightarrow \mathbf{k}(s) = R^{-T}(s, s_0)\mathbf{k}(s_0)$$
$$\frac{df_{\mathbf{k}}}{ds} = \partial_s f_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}; s) + (\nabla_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}})^T \mathcal{H}J\mathbf{k} = 0 \Rightarrow f_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}; s) = f_{\mathbf{k}}[R^T(s, s_0)\mathbf{k}; s_0]$$

可以看出，熟悉的微束团群聚因子 (bunching factor) 为 $b(k) = f_{\mathbf{k}}(\mathbf{k} = \hat{\mathbf{k}}_5 k)$ 的特例。后面相应的线性传输动力学与在时域的结果有一一对应，包含束团质心与二阶矩的矩阵传输方程等。

7.4 其它

作者的另一篇论文 [1] 为这篇基础理论的进一步应用。

参考文献

- [1] N. Yampolsky and B.E. Carlsten, Beam debunching due to ISR-induced energy diffusion, Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A **870** (2017) 156 – 162, <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2017.06.023>

8 非相干同步辐射引致能量扩散导致的束团去群聚效应 [NIMA 870-02]

Beam debunching due to ISR-induced energy diffusion

8.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Nikolai A. Yampolsky and Bruce E. Carlsten (主要机构：Los Alamos National Laboratory, 美国)
- 类型：理论
- 链接：<http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2017.06.023>

8.2 摘要

相较于 un-modulated coasting beam，注入经过适当相空间调制过的电子束能够增加 X 射线自由电子激光 (free electron laser, FEL) 的纵向相干性。近年提出许多用来增加微束团群聚因子的相空间调制机制，这些机制倚赖 (线性) 传输段上的弯转二极磁铁。当 (相空间调制过的) 电子束经过二极铁之后，束团非相干能散将会由于非相干同步辐射效应 (incoherent synchrotron radiation, ISR) 而增加，进而使微束团群聚因子减小。减小的过程是由于不大相同能量的个别电子经过二极铁时途经不大一样的参考轨道，降低了群聚效应。这篇论文讨论在高次谐波产生方案中，利用解析分析精确计算调制电子束经过带有二极铁的传输段时，其群聚因子演化改变的过程。考虑的传输段有 chicane 与 emittance exchanger。

8.3 贡献或创新点

- 贡献：这篇论文承接上一篇 [1]，作为其应用，分析在具有非相干同步辐射效应时，微束团群聚因子在线性传输情况下演化改变的过程。在具有非相干同步辐射效应时，原有的 Vlasov 不再适用，而必须从玻兹曼方程 (Boltzmann equation) 出发，

有如下形式

$$\begin{aligned}\frac{df_{\mathbf{k}}}{ds} &= \frac{\partial f_{\mathbf{k}}}{\partial s} + \{f_{\mathbf{k}}, H_{\mathbf{k}}\} = C_{\mathbf{k}}^{\text{ISR}}, C_{\mathbf{k}}^{\text{ISR}} = (-ik_E P^{\text{eff}} - k_E^2 D^{\text{eff}}) f_{\mathbf{k}} \\ P^{\text{eff}}(\kappa) &= \frac{54}{55} \frac{5\kappa\sqrt{1+\kappa^2} - 3 \sinh\left(\frac{5}{3}\sinh^{-1}(\kappa)\right)}{\kappa^3\sqrt{1+\kappa^2}} \times \frac{2e^2\gamma^4}{3\rho^2} \\ D^{\text{eff}}(\kappa) &= \frac{9 - \sqrt{1+\kappa^2} + \cosh\left(\frac{5}{3}\sinh^{-1}(\kappa)\right)}{8} \times \frac{55}{48\sqrt{3}} \frac{\hbar e^2 c \gamma^7}{\rho^3}\end{aligned}$$

其中, $\kappa = k_E \hbar \omega_c$, $\omega_c = 3c\gamma^3/2\rho$ 。注意到, 在频域 Boltzmann 方程右边的 friction P 与 diffusion D 项不影响 $f_{\mathbf{k}}$ 的频谱成分组成, 仅影响频谱的振幅与相位。

微束团群聚因子的演化在线性传输情况下可以写成以下简单的解析形式

$$\left| \frac{f_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}(s_f), s_f)}{f_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}(s_0), s_0)} \right| = \exp\left(-\int_{s_0}^{s_f} k_E^2(s) D^{\text{eff}}(\kappa; s) ds\right)$$

其中, $\mathbf{k}(s) = R^{-T}(s, s_0)\mathbf{k}(s_0)$ 。

8.4 其它

在频域的 Boltzmann 方程具有双曲线形式, 可以利用 method of characteristics 求解。

参考文献

- [1] N. Yampolsky, Dynamics of modulated beams in spectral domain, Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A **870** (2017) 163–173, <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2017.07.008>

9 基于多个束团压缩段的直线加速器的增益函数解析式 [NIMA 999]

Dependency of a compact and analytic gain function for the linac with multiple bunch compressors on the initial density modulation

9.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Jeong-Wan Park, Yujung Kim, Yong Woon Parc (主要机构：Pohang Accelerator Laboratory, 韩国)
- 类型：理论、数值计算
- 链接：<https://doi.org/10.1016/j.nima.2021.165226>

9.2 摘要

这篇论文推导了面向 X 射线自由电子激光 (free electron laser, FEL) 直线加速器中具有多个束团压缩段的微束团增益函数 (gain function) 的解析表达式。推导过程利用了电子相空间分布函数演化的关系式，与数值计算¹⁰比较后得到一致的结果，对于不太一致的部分有细节讨论。与过去线性理论不同的地方在于，这里分析并不限制初始密度调制振幅必须很小。换句话说，增益函数不再独立于初始密度调制，而是依存于初始密度调制。等效地说，这篇论文讨论在 R_{56} 较大时出现微束团群聚因子的非线性效应。分析基于 PAL-XFEL 的直线加速器中两个磁压缩器 BC1 与 BC2 为例 (示意图如下)，但仍具有对其它 FEL 装置对普遍适用性。

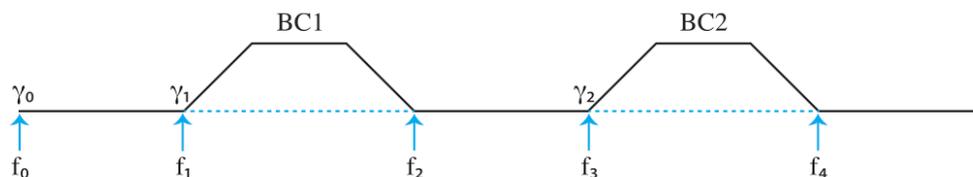


Fig. 1. Schematic drawing of the linac's layout and the positions corresponding to the phase space distribution functions used in this paper.

¹⁰这里的数值计算不是粒子跟踪模拟，而是同样基于电子相空间分布函数的投影积分。

9.3 贡献或创新点

- 贡献：众所周知，当初始调制振幅不再作为微扰项时，增益函数将不再独立于，而依存于初始调制振幅。这篇论文考虑在初始调制振幅不再作为微扰项时，微束团群聚因子的演化行为。此时的分析不再像经典理论 [1, 2] 那样形成积分方程形式，而是将尾场阻抗效应以一特定形式呈现；这篇论文仅考虑纵向空间电荷 (longitudinal space charge, LSC) 作用，并且以“节”(section by section) 形式作为分析基础。

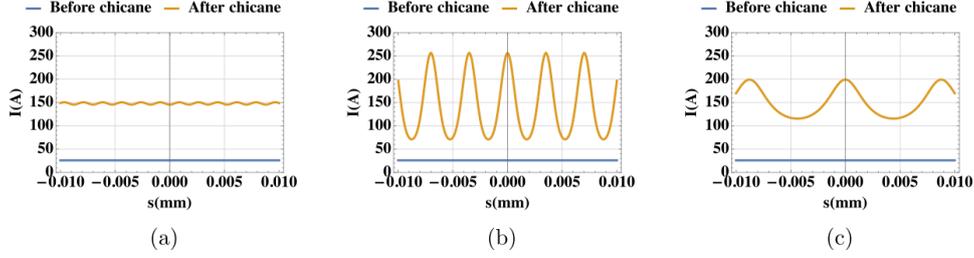


Fig. 3. Current modulation before BC1 (blue-lines) and after BC1 (orange-lines) for different wavelength of the initial density modulation before BC1 with (a) $\lambda = 0.01$ mm (b) $\lambda = 0.02$ mm (c) $\lambda = 0.05$ mm, for $\rho_i = 0.01$. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

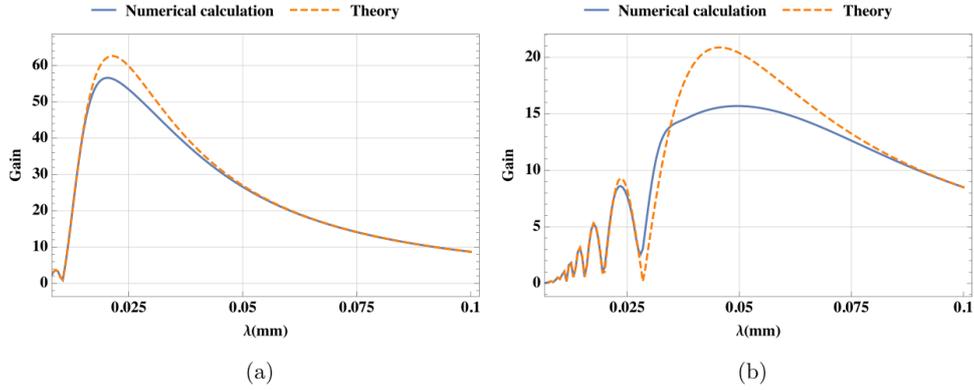


Fig. 4. Gain function for BC1 from the theory [Eq. (17)] (orange-line) and from the numerical calculation (blue-line) with $\rho_i = 0.01$ (a) and $\rho_i = 0.05$ (b). (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

图 3: (上排) 在 BC1 时, 三种不同调制波长在 BC1 前 (蓝) 与后 (橙) 的束团电流分布。(下排) 增益因子随调制波长的关系, 可以看到这个情况下的增益因子不再独立于初始调制振幅。

9.4 其它

值得一提的是, 这篇论文对于依存于初始密度调制的增益函数, 对于数值计算与理论结果比较时, 以另一种方式定义了调制振幅, 为

$$\rho_{\text{ind}} \equiv \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}$$

这是因为在这种非线性情况下, 放大的调制振幅不再只有一个特定波长 (尽管初始调制仅有一个波长)。这个定义或许可以作为未来推广或修正¹¹目前既有理论 [1, 2] 时关于定

¹¹这里“修正”具体指的是, 既有理论 [1, 2] 是否适用于 LSC 引致的微束团不稳定性分析? 过去在一些 ELEGANT 模拟计算的经验, 似乎看到过类似这篇论文指出的与 enrgy chirp 组合形成的相空间分布。

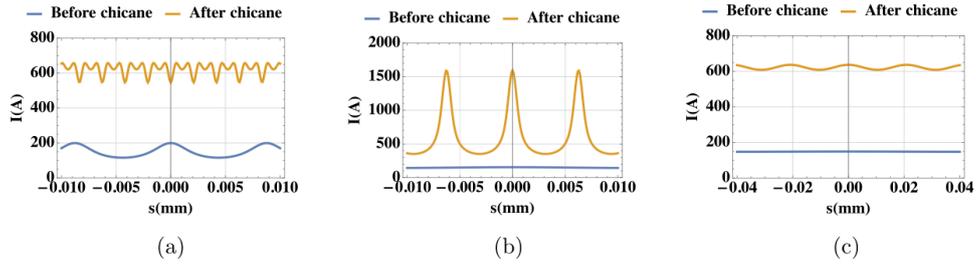


Fig. 6. Current modulation before BC2 (blue-lines) and after BC2 (orange-lines) for different wavelength of the initial density modulation before BC1 of (a) $\lambda = 0.05$ mm, (b) $\lambda = 0.15$ mm, and (c) $\lambda = 0.5$ mm, for $\rho_i = 0.01$. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

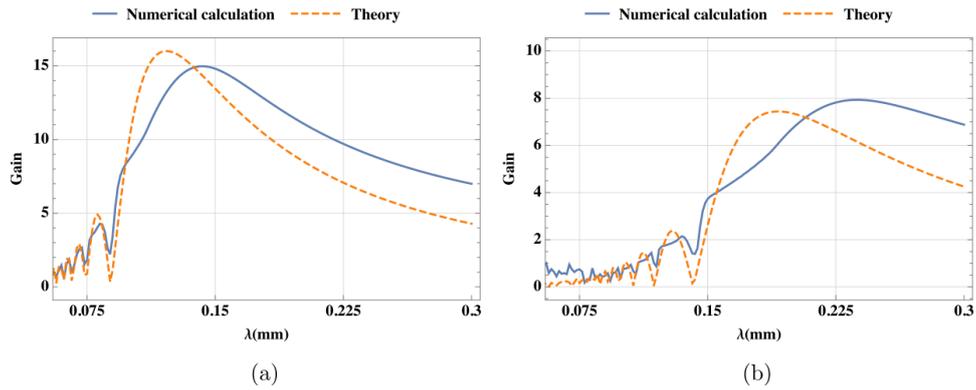


Fig. 7. Gain function for BC2 from the theory [Eq. (36)] (orange-line) and from the numerical calculation (blue-line) with $\rho_i = 0.01$ (a), and $\rho_i = 0.05$ (b). (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

图 4: (上排) 在 BC2 时, 三种不同调制波长在 BC2 前 (蓝) 与后 (橙) 的束团电流分布。(下排) 说明同上图。

义增益因子的可能思维。

参考文献

- [1] S. Heifets, G. Stupakov, S. Krinsky, Coherent synchrotron radiation instability in a bunch compressor, Phys. Rev. ST Accel. Beams **5** (2002) 064401, <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.5.064401>
- [2] Z. Huang, K.-J. Kim, Formulas for coherent synchrotron radiation microbunching in a bunch compressor chicane, Phys. Rev. ST Accel. Beams **5** (2002) 074401, <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.5.074401>

10 储存环单束团单模相干同步辐射不稳定性 [PRST-AB 6-06]

Single-mode coherent synchrotron radiation instability

10.1 基本信息

- 分类：多粒子束流动力学
- 作者：S. Heifets and G. Stupakov (主要机构：SLAC)
- 类型：理论、数值计算
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevSTAB.6.064401>

10.2 摘要

这篇论文为接续先前同为这篇论文作者的工作 [1]，考虑了在储存环中由相干同步辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR) 引起的微波不稳定性分析。先前的工作仅考虑在自由空间中的 CSR 效应，即，忽略了金属管壁的影响，并且，该阻抗在频域为连续谱 (continuous spectrum)。这种理论模型仅在短波长 (或，频率高于金属管壁的截止频率以上) 成立，在长波长情况下，需要考虑金属管壁屏蔽 (screening 或 shielding) 作用。在考虑的三代至四代储存环光源中，引起不稳定性的模式频率可能在截止频率附近，形成离散的阻抗频谱 (discrete spectrum)。这篇论文分析在单模情况下相干同步辐射引起的微束团或微波不稳定性。在线性情况下，即，不稳定性刚开始发展不久的时间尺度内，基于这个离散、单模的分析结果与基于连续谱的分析 [1] 结果比较，这篇论文给出其离散或连续谱分析的适用范围。后半篇幅还分析了该不稳定性长时间演化情况下的动力学 (long-term dynamics)，并考虑了电子储存环的辐射阻尼 (radiation damping) 与量子激发 (quantum excitation, quantum diffusion) 效应。值得注意的是，这篇论文在关于非线性长时间演化方程分析时，并没有考虑纵向同步振荡运动 (synchrotron oscillation)，虽然考虑了辐射阻尼与量子激发。更进一步考虑纵向同步振荡运动的分析则是在接续的工作中 [2] 讨论。

10.3 贡献或创新点

- 创新点：与传统局域阻抗分析方式不同，这里采用的分析方式基于 Maxwell-Vlasov 方程，而不是利用尾场或阻抗形式的分析 [3]，见 Section III。另外，这篇论文还比较了考虑在有限范围金属管壁局限的离散、单模 CSR 效应引致的微波不稳定性

分析与自由空间中连续谱 CSR 驱动的微波不稳定性分析的适用范围，给出了以下条件。当以下条件成立时，适用于连续谱分析

$$\Delta\omega_{\text{mode}} \geq \Delta\omega \Rightarrow \Lambda(\eta\delta_0^2)^2 \left(\frac{k}{k_0}\right)^{2/3} (ka)^2 \geq 1$$

这个条件可以由以下示意图表示

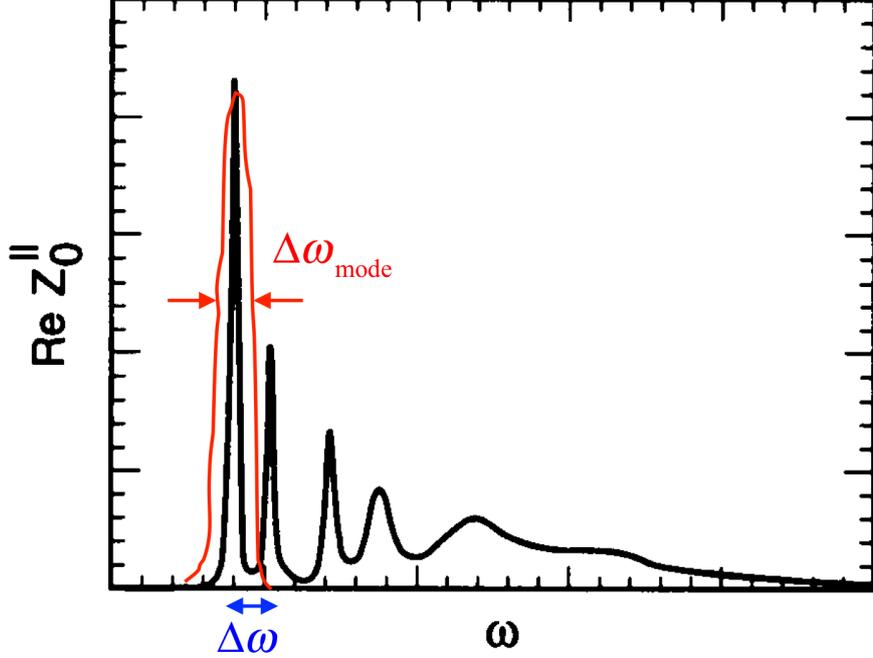


图 5: 当 $\Delta\omega_{\text{mode}} \geq \Delta\omega$ 时，分立的模重叠形成连续谱。 $\Delta\omega_{\text{mode}}$ 是集体不稳定性后展宽的单模谱宽， $\Delta\omega$ 是不同模之间的距离。注意，这个示意图并不是真实情况下的同步辐射频谱。关于 $\Delta\omega_{\text{mode}}$ 与 $\Delta\omega$ 的估算，参考该论文 Section V。

- 贡献：这篇论文第一部分为线性分析，从 linearized Vlasov 方程开始，

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} - \eta c \delta \frac{\partial f_1}{\partial z} + \frac{e}{\gamma m c} \mathcal{E}(z, t) \frac{\partial f_0}{\partial \delta} = 0$$

为了避免使用传统尾场或阻抗概念，花了些篇幅将 $\mathcal{E}(z, t)$ 与扰动后的束团相空间分布关联起来，得到相应的色散方程

$$1 = \sum_n \frac{\lambda}{q - q(n, \Omega) + i\epsilon} \int \frac{\frac{\partial f_0}{\partial \delta}}{\omega + \eta c q \delta} d\delta \Rightarrow q - q(n, \Omega) = \frac{n_b \lambda}{\delta_0} \int \frac{\frac{d\rho_0(\xi)}{d\xi}}{\Omega - qc + \eta c q \delta + i\epsilon} d\xi$$

其中， $\lambda = \frac{r_e c^2}{\gamma v_g} (1 - \beta_g) \chi$, $\Omega = \omega + qc$, χ 为 loss factor。上式左边仍保留多模形式，右边则做了单模假设。后面讨论皆基于上式右边的结果。进一步为了得到接近解析形式的解，做了“cold beam approximation”，即， $|\Delta\Omega| \gg |\eta\omega_0\delta_0|$ ，色散方程便简化成如下形式

$$(\Delta\Omega - v_g \Delta q) (\Delta\Omega - c \Delta q)^2 = -n_b \lambda v_g \eta \omega_0$$

这个色散方程形式可以与 FEL 中的色散关系方程对应，为以下一般形式的三次 (cubic) 方程

$$x^2(x + y) + 1 = 0$$

其中， $x = \frac{\Delta\Omega - c\Delta q}{\mu}$, $y = \frac{c\Delta q(1 - \beta_g)}{\mu}$ 。论文 Fig. 1 给出了 $\text{Im } x$ vs. y ，即 growth rate 与 detuning 的关系。注意到，这里的 μ 即 FEL 中的 Pierce 参数 ρ 。

这篇论文后半部分讨论非线性情况下的集体动力学，Vlasov 方程不再是线性方程

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial t} - \eta c \delta \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{e}{\gamma m c} \mathcal{E}(z, t) \frac{\partial f}{\partial \delta} = 0 \\ \mathcal{E}(z, t) = -ec\chi(1 - \beta_g) \frac{q_w}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\delta \int_{-\infty}^t d\tau \int_0^{2\pi} d\zeta f(\zeta, \delta; \tau) e^{iq_w(z - \zeta) + ic(q_w - q_0)(1 - \beta_g)(t - \tau)} + \text{c.c.} \end{cases}$$

作者利用宏粒子方法，通过数值计算求解以下等价方程组，讨论非线性动力学行为

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial \tau} = \langle e^{-i\zeta} \rangle + iuA \\ \frac{d\zeta}{d\tau} = p, \frac{dp}{d\tau} = Ae^{i\zeta} + \text{c.c.} \end{cases}$$

注意，这里还不是 Bonifacio collective variable，而是求解 $2M + 1$ 个方程组的结果。

按 Section VII 提及，虽然单粒子运动方程与 FEL 非常相似，与 FEL 不同的地方在于，这里感兴趣的储存环动力学时间尺度更长，因此，完整的分析需要考虑辐射阻尼与量子激发效应。运动方程可以改写为如下

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial \tau} = \langle e^{-i\zeta} \rangle + iuA \\ \frac{d\zeta}{d\tau} = p, \frac{dp}{d\tau} = [Ae^{i\zeta} + \text{c.c.}] - \Gamma p + \kappa \end{cases}$$

其中， Γ 表示辐射阻尼效应， $\langle \kappa \rangle = 0$ 与 $\langle \kappa(\tau)\kappa(\tau') \rangle = 2\Gamma\Delta^2\delta(\tau - \tau')$ 表示光量子发射的无关联性。

论文最后部分还讨论了当 $\tau \gg 1$ 时，集体效应的一些渐进 (asymptotic) 解。分析发现，CSR 引致的微束团或微波不稳定性不存在饱和情况，即，CSR 场将持续增加，虽然增长率将变得缓慢 (如下图)。至此为止，关于“此系统是否存在稳定解 (steady-state solution)”的问题还不能完整回答，因为这篇论文尚未考虑纵向同步振荡运动。

10.4 其它

这篇论文讨论的 CSR 阻抗与传统定义的阻抗 [3] 有些不同；传统阻抗对束团而言为局域 (localized mode) 阻抗，其群速度为 0，而 CSR 阻抗 (连同空间电荷效应) 则随

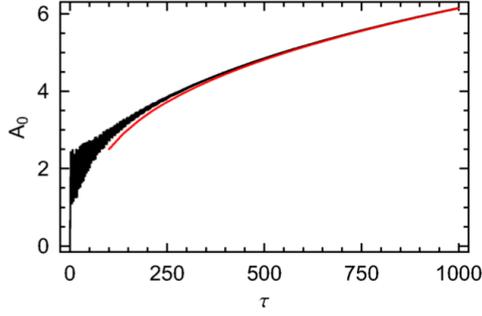


FIG. 3. (Color) The absolute value of the amplitude $|A(\tau)|$ as a function of τ . Black curve: result of simulation; red curve: analytical solution of Eq. (42).

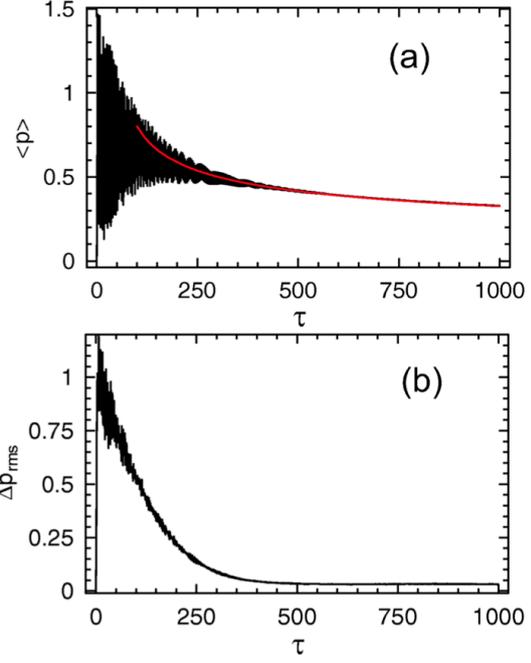


FIG. 4. (Color) Numerical simulation of the nonlinear regime of the instability: (a) the average momentum $\langle p \rangle$; (b) the rms momentum spread Δp_{rms} . The red line shows the result of the analytical model.

着束团行进而传播 (propagating mode), 其群速度 $v_g \approx c$ 。在这篇论文的 Section III 与 Appendix A 提到, 对于考虑的在储存环中的单模 CSR 阻抗, 阻抗在特定频率带有极点 (singularity)¹², 因此, 基于传统局域阻抗分析的理论框架未必适用。Appendix A 给出了一个基于传统局域阻抗分析的色散关系 [Eq. (A3)]¹³, 与论文正文中的 Eq. (17) 相比, 差了一个关键的 $(1 - \beta_g)$ 因子, 说明如 CSR 这类的传播模式 (propagating mode) 集体作用, β_g 可能很大。传统的局域集体作用, $\beta_g \ll 1$ 。

还值得指出的是, 这篇论文假设储存环为由均匀弯转二极铁组成, 对于更接近实际情况下包含弯转段与直线插入节 (insertion) 的情况, 这篇论文尚没有涉及。

另外, 分析用了 coasting beam approximation, 即束团长度远大于微扰尺度, 考虑的是单束团不稳定性。并且, 讨论的是单模情况下的微束团集体动力学。

¹²使用离散或连续谱形式的 CSR 阻抗模型取决于电子束采样的频段。在传统储存环系统中, 电子束采样的频率范围可能落在需要考虑离散、分立的 CSR 波导阻抗模型。在直线加速器系统中, 一般考虑的是连续谱 CSR 波导阻抗模型。

¹³注意, 论文中 Eq. (A3) 分母中的 $\gamma\delta_0\Omega$ 应为 $\gamma\delta_0\Delta\Omega$ 。

参考文献

- [1] G.V. Stupakov and S. Heifets, Beam instability and microbunching due to coherent synchrotron radiation, Phys. Rev. ST Accel. Beams **5**, 054402 (2002), <https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevSTAB.5.054402>
- [2] S. Heifets, Single-mode coherent synchrotron radiation instability of a bunched beam, Phys. Rev. STAB **6**, 080701 (2003), <https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevSTAB.6.080701>
- [3] A.W. Chao, Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators, 电子版下载 <https://www.slac.stanford.edu/~achao/wileybook.html>

11 储存环单束团单模相干同步辐射不稳定性—bunched beam [PRST-AB 6-08]

Single-mode coherent synchrotron radiation instability of a bunched beam

11.1 基本信息

- 分类：多粒子束流动力学
- 作者：S. Heifets (SLAC)
- 类型：理论、数值计算
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevSTAB.6.080701>

11.2 摘要

这篇论文是接续 [1] 的工作，进一步考虑了当时忽略的纵向同步振荡运动 (synchrotron oscillation)。先前忽略的纵向同步振荡运动与所用的用来简化分析的 coasting beam approximation 有所关联。单模引致的单束团集体不稳定性的一般性理论对于等离子体、自由电子激光、微波不稳定性等领域均有共同兴趣。如果想要回答在“这类系统中是否存在稳定解 (steady-state solution)”的问题，不仅线性区间，还将需要研究其非线性区间的动力学，才能回答。

11.3 贡献或创新点

- 贡献：忽略纵向同步振荡运动或采 coasting beam approximation 指的是，微扰项的尺度 λ_z 远小于束团长度 σ_z ，因此简化许多后续分析，能够顺利得到色散关系。这篇论文 Section IV 在考虑纵向同步振荡运动情况下，当 $\Omega/\Delta \ll 1$ 时，得到 $\nu^3 = -1$ 的色散关系，即 [1] 中 Eq. (21) 的结果。

这篇论文更着重在考虑纵向同步振荡运动后的非线性动力学，试图回答在储存环中，CSR 驱动的微波不稳定性是否存在稳定解 (steady-state, stable solution) 此一问题。先前的工作 [1] 尽管考虑了非线性过程，但是成立的时间尺度仍局限在一个纵向同步振荡周期内，称 short-range nonlinear dynamics ($1 < \tau < \tau_{dr}$)。对于更长时间尺度而言，将纵向同步振荡运动加入考虑是必要的，称 long-range nonlinear

dynamics ($\tau > \tau_{\text{dr}}$)。这两个非线性区间仍有不小差别，后者与 $\Omega = \omega_s/\mu$ 有关。

这篇论文分析过程导出的 (由电子束团产生的) 势函数具有如下图所示的形式，包含许多“微势阱”(micropotential)，并且在不同时间 τ ，势函数会漂移 (drift)。Section V 定性讨论了电子束在微势阱里的动力学过程，值得仔细琢磨。Section V 后

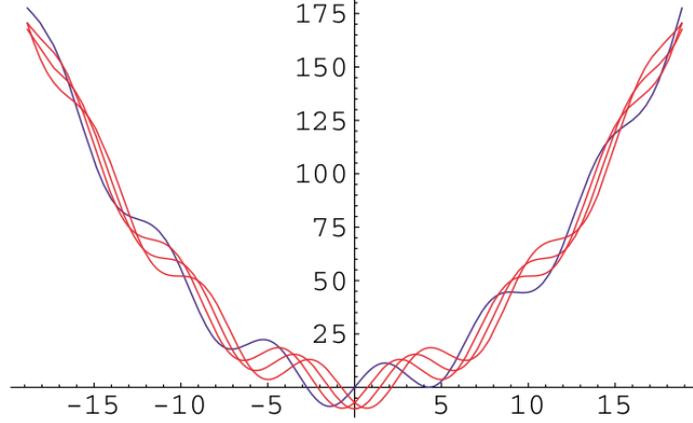


FIG. 2. (Color) The total potential $U_{\text{tot}} = \zeta^2/2 + a \sin(\zeta - \nu\tau)$ for $\nu\tau = (0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4)$ and $a = 10$. A particle trapped in the local minimum remains trapped and moves with the minimum until it reaches large $\zeta \simeq a$.

半部关于 short-range nonlinear regime $1 < \tau < \tau_{\text{dr}}$ 的讨论给出了一个结论，即考虑了纵向同步振荡运动之后的 instability growth rate $A \propto \tau^{2/3}$ 比起基于 coasting beam approximation 得到的 instability growth rate $A \propto \tau^{1/3}$ 大。理由是因为在 short-range nonlinear regime，均匀相空间分布的束团形成了微束团串 (chain of microbunches)，因而进一步加强不稳定性。

对于 long-range nonlinear regime $\tau > \tau_{\text{dr}}$ 的讨论，作者则是采数值计算。进入非线性动力学后，基本上不再有解析结果，因此，这篇论文数值计算还分两部分：

1. Section VI 针对 $1 < \tau < \tau_{\text{dr}}$ ，此时 $q \approx q_0$ ，方程解 Eq. (57)。Section V 的讨论为定性或半定量讨论，在 Section VI 利用简化的 (非完整的) 数值计算验证 Section V 的结论。注意，初始均匀相空间分布的束团 [Fig. 8(a)] 在经过如上图的 micropotential 之后，形成如下图的分立的“微束团串”分布。
2. Section VII 针对 $\tau > \tau_{\text{dr}}$ ，此时解 Eq. (55)，其中 $V(\zeta, \tau)$ 由 Eq. (7) 或 Eq. (59) 计算。数值模拟方法类似 particle in cell (PIC)，需要较长的计算时间。在 long-range nonlinear regime，束团内的相空间调制可能在某个特定时间消失，但不会是完全消失，因为调制结构的消失与纵向同步运动有关，且有些

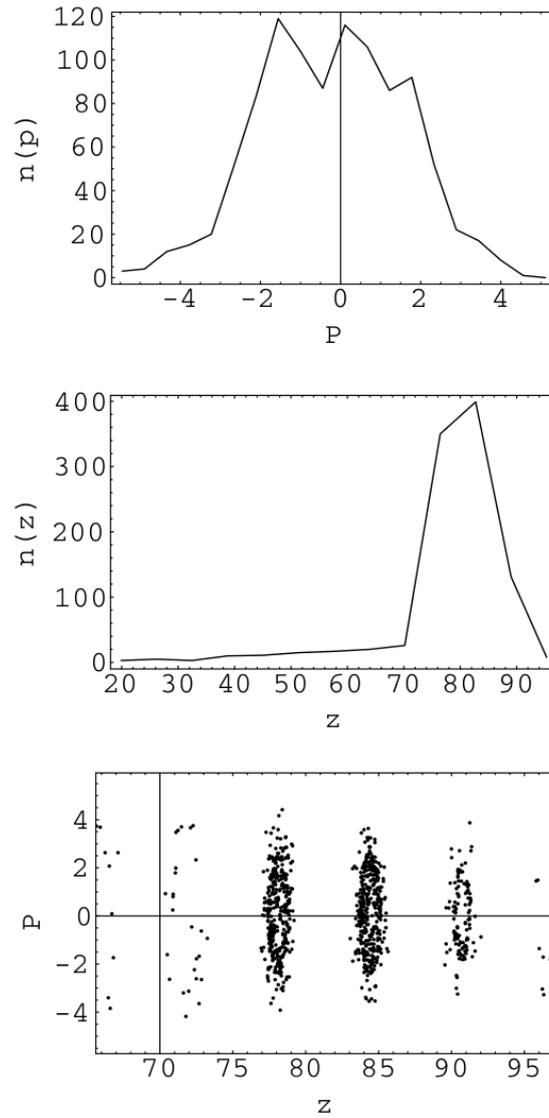


FIG. 5. Results of the tracking of 1000 particles with zero damping and detuning. Parameters are the same as in Fig. 4. From top to bottom: $n(P)$, $n(\zeta)$, and the phase plane of a bunch, respectively, at the end of tracking, $\tau = 500$.

振幅较大的粒子开始往相空间边缘¹⁴漂移。逐渐地，电子束调制发生在相空间边缘。因此，在 $\tau > \tau_{\text{dr}}$ 时，CSR 场不再如 $1 < \tau < \tau_{\text{dr}}$ 区间增长那么快¹⁵。

- 创新点：这篇论文细致讨论了 CSR 引致的微波或微束团不稳定性，特别是考虑了纵向同步振荡运动效应的讨论。在储存环中，非线性效应的研究虽然较线性区间复杂得多，但具有其必要性。因此，这些讨论或许可视为这篇论文的创新点。

11.4 其它

- Ref. [1] 讨论连续 CSR 谱与离散、单模 CSR 谱引致的微束团不稳定性；
- 这篇论文讨论非线性过程 short-range ($\tau < \tau_{\text{dr}}$) 与 long-range ($\tau > \tau_{\text{dr}}$) 时间尺度的动力学。

注意到这篇论文中一些图的 x, y 轴的标示未必正确，如 z 应为 $\zeta = q_w z$ ， t 应为 $\tau = \mu t$ 。

参考文献

- [1] S. Heifets and G. Stupakov, Single-mode coherent synchrotron radiation instability, Phys. Rev. STAB **6**, 064401 (2003), <https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevSTAB.6.064401>

¹⁴相空间的边缘 separatrix 由储存环中的 RF cavity 界定。

¹⁵当然也不会如线性区间 $\tau < 1$ 那样指数增长

12 通过获取单发时间分辨的 MeV 衍射图像来可视化晶格动力学行为 [JAP 129]

Visualizing lattice dynamic behavior by acquiring a single time-resolved MeV diffraction image

12.1 基本信息

- 分类: 超快电子成像
- 作者: Xi Yang (BNL), Jing Tao (BNL), Weishi Wan (ShanghaiTech University) *et al.*
- 类型: 数值模拟
- 链接: <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/5.0036619>

12.2 摘要

传统的多发 UED (ultrafast electron diffraction) 成像的测量精度受到每发脉冲之间的时间间隔抖动、电子探针强度波动以及样品损伤的限制。基于单发的成像方法, 通过将电子脉冲的纵向时间转换为检测器上布拉格峰 (Bragg peak) 的横向位置, 可以得到完整的单电子脉冲的晶格动力学过程。这种纵向时间到横向位置的映射, 可以通过将电子束纵向整形并在从样品中衍射出电子后引入随时间变化的横向冲击 (time-dependent transverse kick) 实现。本文提出一种能在单发衍射图像中捕获晶格动力学特性的时间分辨率 UED 设备的新颖设计。此外, 为了获得最佳的时间分辨率, 本文使用两个 chicane (或称 bunch compressor, 压缩器), 以优化束团长度与晶格动力学时间尺度 (亚皮秒到几十皮秒) 达到匹配。最后, 本文通过对不同晶格动力学行为的个案研究, 证明可以通过获取单个时间分辨的衍射图像来研究晶格动力学行为。

12.3 贡献或创新点

- 贡献: 文中的单发电子束团是由一系列高斯分布的子束团组成, 动力学的时标和所需的时间分辨率分别对应束团长度和子束团持续时间, 每个子束代表一个采样时间点。由于检测器速度的限制, 衍射图像是所有子束团的衍射图样的叠加。为了区分不同子束团 (对应不同的到达时间) 的衍射图像, 在样品衍射后引入随时间变化的横向偏转电压, 将所有子束的时间延迟对应到 BDP (布拉格衍射峰) 的不同横向位置来克服此问题。最终能有大概 22.6 fs 分辨率。

- 创新点:

↔ 为了达到飞秒分辨率以及可调的时标, 本文使用两个 chicane 实现该功能。位于样品上游的第一个 chicane 压缩 (也可以是放大) 束团长度使其与晶格动态时标匹配。位于样品下游的第二个 chicane, 放大束团长度保证横向偏转电压能够使不同的子束团受到不同的偏转力从而分开。

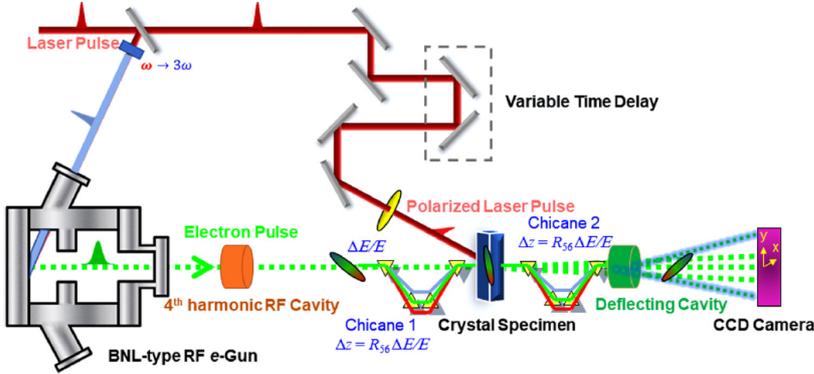


FIG. 1. Schematic layout of the single time-resolved pump-probe experimental setup. The 4th harmonic RF cavity controls the energy chirp of the electron beam before the sample; the deflecting cavity performs time-to-position mapping after the sample. To achieve the best possible time resolution, two EM chicanes placed before (Chicane 1) and after (Chicane 2) the sample are responsible for real-time tuning and matching the electron bunch length to the lattice dynamic timescale.

↔ 束团从 BNL-type RF e-gun 出来之后束团会带有 chirp, chirp 意味着束团中存在能量差异, 对于相对论电子, 由能量差异带来的德布罗意波长差异可以量化为: $\frac{\Delta E}{E} = -\left(\frac{\gamma^2-1}{\gamma}\right) \times \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$, 最终因为布拉格定理: $2d \sin \theta = n\lambda$ 从而等效改变了晶格常数 d 。因此对于长时标的实验, 使用 4th harmonic RF Cavity 提供与 BNL-type RF e-gun 等幅反向的正弦波模以消除 chirp (两个 chicane 均关闭) 带来的误差, 将能散限制在 $\leq 10^{-4}$ 。

↔ 使用一系列高斯分布的子束团组成的束团探测束流敏感软材料 (beam-sensitive soft materials) 有巨大的好处, 由于两次连续子束团曝光之间有一段时间间隔, 样品通常可以从束流引起的暂时损伤中恢复。在两个光阴极激光脉冲施加一时间延迟, 从而控制和操纵相对论电子束的纵向电荷分布, 对束团的高斯分布施加一正弦调制, 同时还提高时间分辨率, 降低电子剂量率 [2]。

12.4 其它

本文对 Type-II 和 Hybrid 两种材料进行了模拟 (基于 Bloch 波方法的计算动力学电子衍射代码 [1])。而文中提及的 Impact-T 在这篇论文中仅适用于画 energy chirp 而没有模拟整个 beamline。

12.5 想法

本文真正的模拟只有束团与样品作用部分, 其余部分仅是理论上的可行并未做模拟和实验。因此能够“重复”的部分只是论文中的 Fig. 5 和 Fig. 6, 但这也正留下了值得探索的部分。

- 如果能得到文中提及的算法程序 [1] (未知是否公开) 则结果可重复。

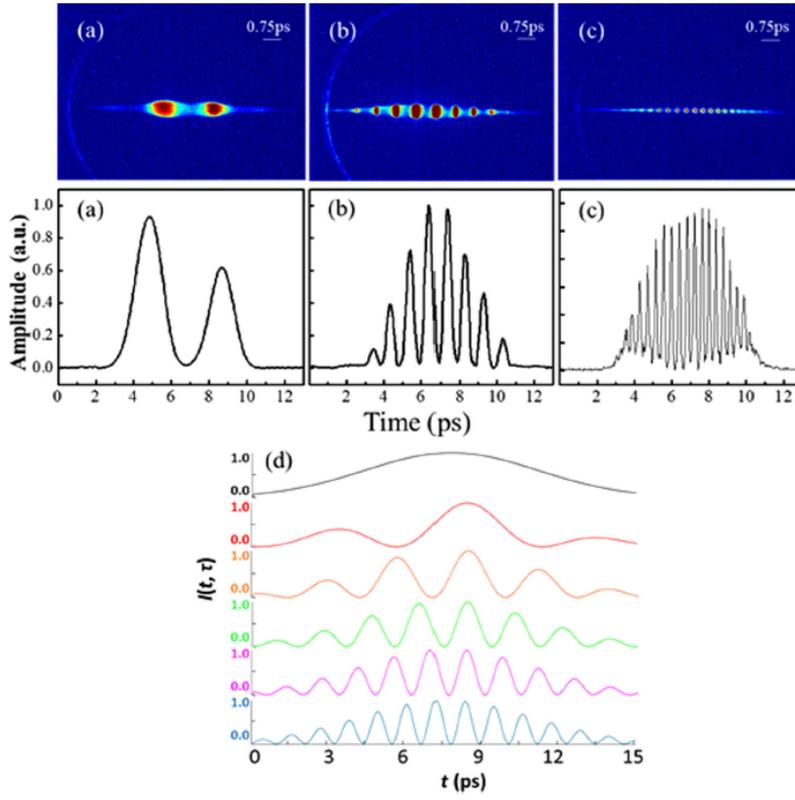


FIG. 4. Measured longitudinal distribution (top row) and projected electron density distribution (middle row) for a temporally modulated electron bunch (demonstrated in a previous study). Reproduced with permission from Shen *et al.*, Phys. Rev. Lett. 107, 204801 (2011). Copyright 2011 American Physical Society. (a) $\tau = 0.4$ ps. (b) $\tau = 1.8$ ps. (c) $\tau = 3.6$ ps. (d) By varying the delay τ , the stack plot (colored) at the bottom row shows that the modulating period can be continuously adjusted.

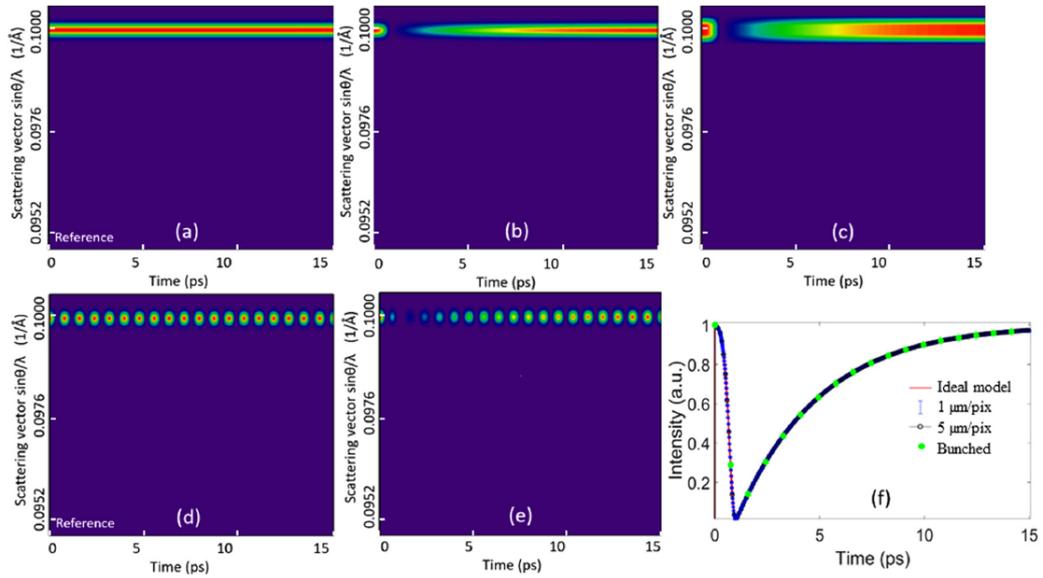


FIG. 5. Time-dependent BDP trajectory on the detector without the pump (a); time-dependent diffraction images after the pump on the detector with pixel size of $1 \mu\text{m}$ (b) and $5 \mu\text{m}$ (c); time-dependent BDP trajectory on the detector with pixel size of $1 \mu\text{m}$ having a temporally modulated electron bunch without the pump (d) and with the pump (e); and line projection of the intensity (f).

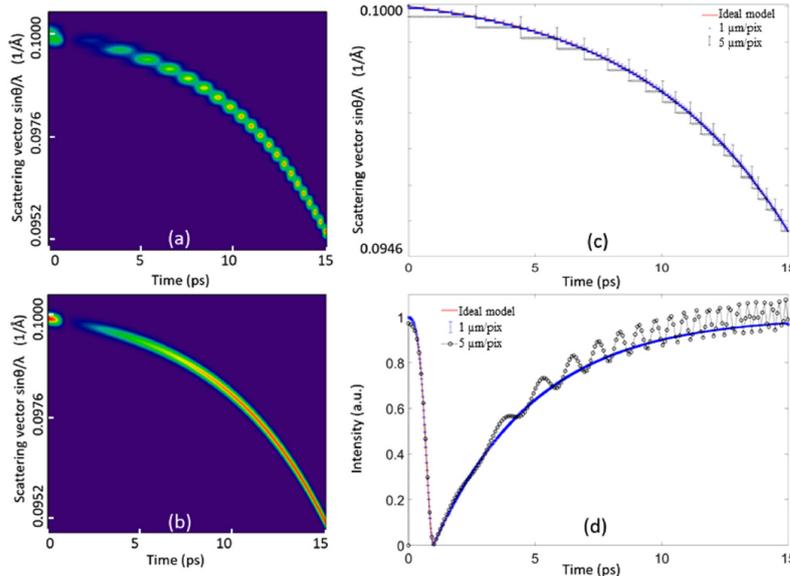


FIG. 6. Combined post-pump dynamic of lattice constant variation and BDP intensity variation: time-dependent diffraction images after the pump on the detector with pixel size of $5\mu\text{m}$ (a) and $1\mu\text{m}$ (b) representing the BDP intensity and position; results of peak finding at every time slice in x (c); and results of intensity integration at every time slice in x (d).

- 文中的模拟仅是束团与样品作用，束团是每个子束团完全相同的理想束团合成，并未探究该束团如何从光阴极产生以及在整个 beamline 中的运动过程，给微束团动力学的进一步研究留下了空间。文中模拟采用的模型是每个子束团完全分立的理想情况。但该论文理论基础的束团模型按 [2] (论文中的 Fig.4) 似乎值得进一步研究随传输过程的微束团动力学。至于 beamline 设计对微束团动力学的影响在这篇论文中还未深究。
- 文中有一句话“The resolution of post-pump dynamics can be further improved using a real-time longitudinal beam profile monitored via the temporal profile of the driving laser, similar to phase retrieval with the preknowledge of the beam current profile. [3, 4]”提到需要预先知道光阴极的脉冲分布，或许可作为与 FROG 技术结合的应用。

参考文献

- [1] J. J. Li *et al.*, Dichotomy in ultrafast atomic dynamics as direct evidence of polaron formation in manganites, *npj Quantum Mater.* 1, 16026 (2016). <https://www.nature.com/articles/npjquantmats201626>
- [2] Yuzhen Shen *et al.*, Tunable few-cycle and multicycle coherent terahertz radiation from relativistic electrons, *Physical review letters* 107.20 (2011): 204801. <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.107.204801>
- [3] H. N. Chapman *et al.*, Femtosecond diffractive imaging with a soft-x-ray free electron laser, *Nat. Phys.* 2, 839–843 (2006). <https://www.nature.com/articles/nphys461>

- [4] Y. Shechtman *et al.*, Phase retrieval with application to optical imaging, IEEE Signal Process. Mag. 87, 1053–5888 (2015).<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/7078985>

13 Courant-Snyder 相位与 Gouy 相位的等价性讨论 [PRA 102] Equivalence of Gouy and Courant-Snyder phase

13.1 基本信息

- 分类：束流光学
- 作者：K. Floettmann (主要机构：DESY)
- 类型：基础物理
- 链接：<https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRevA.102.033507>

13.2 摘要

涡旋电子束 (或称磁化电子束) 的产生或移除角动量分量 (非磁化电子束) 的转换一直是光学领域或电子显微社群追寻的目标, 在过去数十年间的粒子加速器社群也不例外。尽管概念、方法各异, 得到的成果进展则是类似的。将描述加速器带电粒子线性光学传输的 Courant-Snyder 理论应用到激光光学模式的描述, 可以证明对于带电粒子与激光模式转换而言, 调控光束或电子束的角动量分量或涡旋其实涉及了等价的模式转换过程。同时得到“Courant-Snyder 相位与 Gouy 相位等价”的结论。

13.3 贡献或创新点

- 贡献：这篇论文系统地比较了加速器物理常见的 Courant-Snyder 理论与光学中常见的描述光束的理论的异同, 说明这两种理论的表述形式虽然有些不同, 分析对象虽然也截然不同, 但是本质、架构上具有高度相似性。其中一个结论提到, 基于 Courant-Snyder 理论的相位超前 (phase advance ϕ) 可以视为 Gouy phase 的一种

推广形式。几个对应量整理如下：

$$\text{emittance } \epsilon^2 = \epsilon_{\text{st}}^2 + \epsilon_{\text{corr}}^2 \Leftrightarrow \text{beam quality factor } M_L^2 = M_{\text{st}}^2 + \ell^2$$

$$\sigma^2(z) = \sigma_0^2 + \frac{\epsilon^2}{\sigma_0^2} z^2 \Leftrightarrow \sigma^2(z) = \sigma_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{Z_R^2} \right)$$

$$\text{betatron function } \beta(z) = \frac{\sigma_0^2(z)}{\epsilon} \Leftrightarrow \text{Rayleigh length } Z_R = \frac{4\pi\sigma_0^2}{M\lambda} = \frac{\sigma_0^2}{\epsilon}$$

$$\sigma_{x,y} = \sqrt{\epsilon_{x,y}\beta_{x,y}} \Leftrightarrow \sigma_{x,y} = \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{2m+1} \\ \sqrt{2n+1} \end{array} \right\} \frac{w}{2} \stackrel{w=2\sqrt{\frac{\beta}{2k}}}{=} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{2m+1}{2k}\beta} \\ \sqrt{\frac{2n+1}{2k}\beta} \end{array} \right\}$$

$$\text{betatron phase advance } \phi = \int \frac{dz}{\beta} \Leftrightarrow \text{Gouy phase } \varphi_G = \tan^{-1}\zeta = \int \frac{d\zeta}{1+\zeta^2} \stackrel{\zeta=\frac{z}{\beta_0}}{=} \int \frac{d\zeta}{\beta}$$

其中，关于推导 betatron phase advance 时，涉及以下步骤

$$\sigma'' + K(z)\sigma = \frac{\epsilon^2}{\sigma^3} \Rightarrow \frac{\beta\beta'}{2} - \frac{\beta'^2}{4} + K\beta^2 = 1 \stackrel{x=\sqrt{I\beta}e^{i\phi}}{\Rightarrow} \phi = \int \frac{dz}{\beta}$$

除了以上比较之外，论文后半部讨论了在光学中对于 Laguerre-Gauss 模式 (带有非零角动量) 与 Hermite-Gauss 模式 (无角动量) 间的模式变换器 (mode converters) 的基本概念与加速器社群提出的对于涡旋电子束 (或称磁化电子束) 或非磁化寻常电子束的变换器 (beam adaptors) 的基本概念是等价的。

13.4 其它

这篇论文开头花了些篇幅介绍 betatron phase advance 的物理图像，相对清楚易懂。对于此概念不是很清楚的，可以通过这篇论文熟悉 betatron phase advance 概念。

这是一篇以加速器束流光学为主，激光光学为辅的视角讨论模式转换与理论框架的异同。从光学角度对 Gouy 相位的一种解读视角，认为 Gouy 相位源于“光束的横向有限 (局限) 性”与“测不准原理”的结果，可以参考 [1]。

这篇论文涉及到的比较还只是基于线性传输下的比较，相信还能更进一步深入比较两者异同与应用面向。

在加速器单粒子动力学中，除了 Courant-Snyder 理论外，SLIM [2] 从表现 (representation) 理论的视角将 Courant-Snyder 理论视为一种特例，是否存在与 SLIM 对等地位的激光光束描述方式？

参考文献

- [1] Simin Feng and Herbert G. Winful, Physical origin of the Gouy phase shift, *Optics Letters* Vol. 26, Issue 8, pp. 485-487 (2001), <https://doi.org/10.1364/OL.26.000485>
- [2] A. Chao, SLIM – a formalism for linear coupled systems, *Chinese Physics C*, Vol. 33, Issue (S2):115-120 (2009), <http://hepnp.ihep.ac.cn/article/doi/10.1088/1674-1137/33/S2/030>

14 考虑束团形变的相干同步辐射阻抗 [PRST-AB 8-01]

Impedance description of coherent synchrotron radiation with account of bunch deformation

14.1 基本信息

- 分类：尾场、阻抗计算
- 作者：Robert Warnock, Ronald Ruth, Marco Venturini, and James A. Ellison (主要机构：SLAC)
- 类型：理论
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.8.014402>

14.2 摘要

这篇论文探讨在储存环¹⁶中，微束团集体不稳定性的驱动源，相干同步辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR) 的阻抗描述。过去关于阻抗或尾场描述的一个特点是，求解集体效应对束团的作用力 (collective force) 时，电子束的 (沿 z 电荷) 分布在当下时刻 (at the *present* time) 取值。这种描述仅在将束团视为刚性 (rigid bunch) 的时候成立，因为因果律要求这个作用力与电子束过去的历史轨迹有关；既然是刚性束团，那么就能从现在时刻严格 (exact) 追溯回到过去任何时刻¹⁷。这篇论文探讨当电子束团形变时，如果维持继续使用“阻抗”概念来描述集体动力学；这篇论文引入一个称为“完整阻抗”(complete impedance) 的物理量 $Z(n, \omega)$ ，为了与过去熟悉的阻抗有所区别，称传统阻抗为“一般阻抗”(elementary impedance) $Z(n)$ 。

针对这个推广的“完整阻抗”，这篇论文讨论了一个特定情况下的阻抗，即，理想导体平行金属板内，电子经过圆轨道的 CSR 场。这篇论文给出“完整阻抗”的形式，并且讨论在刚性束团 ($\text{Im}\omega = v = 0$) 的简化情况下，“完整阻抗”退化为“一般阻抗”的 CSR 场。

¹⁶对储存环而言，束团长度较近代直线加速器中的束团长得多，因此电子束采样的相干同步辐射阻抗频谱范围为相对较低的频段。

¹⁷而这个回溯过程不涉及动力学效应，因此不需要预先记录电子的过去运动轨迹。

14.3 贡献或创新点

- 贡献：这是一篇数学内容极为丰富的论文，作者花了许多篇幅讨论“完整阻抗”一般形式表示 [Eq. (12)] 如何化简得到 Eq. (17)，其中涉及极点 (pole) 附近的函数行为。物理上对应于导体平行金属板内接近截止 (cutoff) 频率附近的情况 $\omega \approx \alpha_p c$ 。为了更严谨地讨论“完整阻抗”的特性，对电子束分布给出了一些数学形式上必须满足的要求 [Eq. (18)]。在某一截止频率以下，阻抗仅含有虚部 (pure imaginary)，采样的频率经过 (pass) 该截止频率后，阻抗开始带有实部 (real part)。贡献这些实部的极点 (pole) 正是对应到当束团形变过程 CSR 场的推迟条件。

一般形式的 collective force $V(\theta, t)$ 有¹⁸

$$V(\theta, t) = \omega_0 Q \sum_n e^{in\theta} \int_{\text{Im}\omega=v} e^{-i\omega t} Z(n, \omega) \hat{\lambda}_n(\omega - n\omega_0) d\omega$$

经过因果律等论证，有

$$V(\theta, t) = \omega_0 Q \sum_n e^{in\theta} \int_{\text{Im}\omega=v} Z(n, \omega) \left\{ \frac{1}{2\pi} \left[i\lambda_n(t) \frac{e^{-in\omega_0 t}}{\omega - n\omega_0} + e^{-i\omega t} \int_0^t e^{i(\omega - n\omega_0)\tau} \lambda_n(\tau) d\tau \right] \right\} d\omega$$

按刚性假设 $v = 0$ ，能够得到熟悉的结果

$$V(\theta, t) = \omega_0 Q \sum_n e^{in(\theta - \omega_0 t)} Z(n, n\omega_0) \lambda_n$$

对于束团演变过程可能产生的形变，自然地会有如下猜测

$$V(\theta, t) = \omega_0 Q \sum_n e^{in(\theta - \omega_0 t)} Z(n, n\omega_0) \lambda_n(t)$$

这个猜测不正确，在该论文 Eq. (14) 与 Eq. (32) 有相关讨论。

- 创新点：这篇论文从对 Maxwell 方程组与源项 (电荷、电流) 进行 Fourier-Laplace 变换的操作开始，对辐射场在复平面一般形式的极点与解析 (analyticity) 特性探讨，在一个特定例子中，给出“完整阻抗”的求解方法。讨论分析的过程涉及的数学非常微妙，包含许多无穷级数相消、收敛等问题，因此需要非常谨慎分析。

14.4 其它

应用这篇论文提出的“完整阻抗”的概念在储存环中 CSR 引致的微束团不稳定性的工作有 [1, 2]。

¹⁸这个形式有一个假设，即 unperturbed bunch current 不贡献 $V(\theta, t)$ 。

参考文献

- [1] M. Venturini, R. Warnock, R. Ruth, and J. A. Ellison, Coherent synchrotron radiation and bunch stability in a compact storage ring, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 8, 014202 (2005), <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.8.014202>
- [2] M. Venturini and R. Warnock, Bursts of Coherent Synchrotron Radiation in Electron Storage Rings: A Dynamical Model, *Phys. Rev. Lett.* 89, 224802 (2002), <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.89.224802>

15 粒子加速器中多束团不稳定性的显形式解析解 [Physica Scripta 94]

Exact solution of multi-bunch instabilities for ultra-relativistic constant energy bunches in particle accelerators

15.1 基本信息

- 分类：多粒子动力学
- 作者：Muhammad Shumail and Valery A Dolgashev (主要机构：SLAC)
- 类型：理论、数值模拟
- 链接：<https://doi.org/10.1088/1402-4896/ab07e3>

15.2 摘要

在粒子加速器中，多个束团组成的束团串在加速腔或其它束线部件里激发电磁尾场。这些尾场可能造成束团在横向或纵向的集体不稳定性，最终导致粒子丢失。因此，这类多束团效应的分析在加速器设计就显得格外重要。这篇论文提出一种创新的解析方法描述多束团不稳定性，其中，假设个别束团为极端相对论能量，并且为横向均匀聚焦系统 (uniform beam-focusing system)。这篇论文具体考虑了两个情况

1. 所有束团能量 E 相等、Twiss 参数 β 相等；
2. 个别束团能量 E_k 有些差异、Twiss 参数 β_k 有些差异 (k 为 bunch index)。

对于第一个情况，解的形式可以表示为多项式之和 [Eqs. (5)-(7)]；对于第二个情况，解的形式则可以表示为 sin/cos 之和 [Eq. (12)]。解析解通过 Mathematica 符号运算得到。这篇论文提出的理论模型仍适用于单束团 beam breakup 的分析，或者推而广之，适用于多体 (many-body) 系统中第 n 个子体受剩余 $n - 1$ 个子体集体作用的分析。

15.3 贡献或创新点

- 贡献：这篇论文处理如下形式的 (线性) 常微分矩阵方程

$$\mathbf{X}''(s) - \mathbf{X}'(s) = -\mathbf{a}\mathbf{X}(s)$$

其中， \mathbf{a} 为严格下三角矩阵 (strictly lower triangular matrix)。由于严格下三角矩阵为 nilpotent matrix，因此有 $\mathbf{a}^n = \mathbf{0}$ (其中， n 为束团串总数)。给出了符号形式

的一般解，为 Eq. (5) 与 (17)，分别对应上述两种情况。解析解的显形式在论文中没有直接写出，而是给出针对两种情况的演算过程。经过与直接数值求解 Eq. (1) 与 (14) 的比较，可以看到与解析解几乎完全重合 [Figs. 2&3]，说明解析解的正确性。对多数情况而言，计算解析解需要的时间则短了许多。

- 创新点：利用 Mathematica 强大的符号计算功能，将一典型的常微分矩阵方程通过一明确演算法求得解析解。由于 Eqs. (1) 与 (14) 具有一般性，因此这个类型的方程还适用于单束团 beam breakup 的分析。或者，推而广之，适用于其它物理系统中多体系统中第 n 个子体受剩余 $n - 1$ 个子体集体作用的分析。

15.4 其它

这篇论文使用的解法限于计算机内存，因为求解加总的 \mathbf{a} 矩阵 (即， \mathbf{M} 矩阵，为 $n \times n$ ，其中， n 为束团串中总束团数) 需要较大的内存。按 32 GB 内存个人电脑，大概只能计算 $n < 1000$ 的情况。如果考虑简化情况，如束团串间等束团间距且等电荷，则 \mathbf{M} 维度可简化为 $n \times 1$ ，从而提高束团串中总束团数的上限。

关于这个分析方法，还可参考近期该作者将以上分析推广到具有梯度加速的情况 [1]。

参考文献

- [1] Muhammad Shumail, Exact and fast solution of ultrarelativistic multibunch instabilities in a constant gradient accelerator, available at <https://arxiv.org/pdf/2104.07701.pdf>

16 基于射频电子枪注入器中的离轴束流动力学 [19-11]

Off-axis beam dynamics in rf-gun-based electron photoinjectors

16.1 基本信息

- 分类: 粒子束流源
- 作者: R. Huang *et al.* (主要机构: LBL)
- 类型: 理论、数值模拟
- 链接: <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.19.113401>

16.2 摘要

在很多情况下, 人们需要从偏离射频电子枪注入器阴极中心的位置发射的电子束, 例如, 当阴极受到离子背轰击 (back-bombardment) 效应的影响, 阴极中心的量子效率 (quantum efficiency, QE) 逐渐降低时, 离轴 (off-axis) 运行成为必须; 此外, 在某些情况下, 驱动激光的强度足够高, 在激光照射的阴极区域产生 QE 耗尽 (QE depletion), 迫使电子枪离轴运行; 最后, 在 QE 分布不均匀的阴极中, 如果可以方便地进行离轴操作, 有利于获得更好的 QE。然而, 在离轴模式下运行, 由于束流横向和纵向之间的相关性 (correlation), 会导致横向投影发射度增长。这篇论文描述了一种方案, 通过允许束流在电子枪下游的射频腔中沿离轴轨迹传播, 消除电子枪中引入的随时间变化的 kicks, 从而缓解发射度增长。该方案中, 短程尾场不会恶化发射度, 而长程尾场只在非常高的重复频率运行情况下其发射度才恶化。

16.3 贡献或创新点

- 贡献: 本文针对射频电子枪离轴发射模式引起的横向投影发射度增长, 构建了理论模型。根据理论模型, 这一发射度增长主要来源于束流横向-纵向的耦合, 同时由于束流不同纵向位置受到了时变 kick 不同, 提出了在电子枪使用射频 buncher 补偿束流受到的这一 kick, 从而减小由横向-纵向耦合引起的发射度增长。这篇论文对提出的这一方案进行了详细的束流跟踪仿真及优化, 还用 IMPACT-T 结合理论公式评估了这一方案中长程与短程尾场对束流发射度的影响。

16.4 公式及部分结果

在电子枪中离轴发射的束流，假定其偏轴半径为 r_G (注意，这是一个圆柱坐标矢量)。在电子枪出口下游通过偏转磁铁精确控制其轨道，使之在偏轴半径 r_B 处经过 buncher，由两个射频腔提供的横向动量与纵向位置的耦合相抵消的条件如下式所示。下式中的偏导项分别是由电子枪和 buncher 的电磁场引入的横向/纵向耦合系数。

$$r_G \left(\frac{\partial^2 p_r}{\partial r \partial z} \right)_G + r_B \left(\frac{\partial^2 p_r}{\partial r \partial z} \right)_B = 0$$

发射度矫正的仿真结果如下图所示，经过矫正的横向归一化发射度在偏轴 2 mm 发射的情况下，横向归一化发射度仅增长约 15 %。

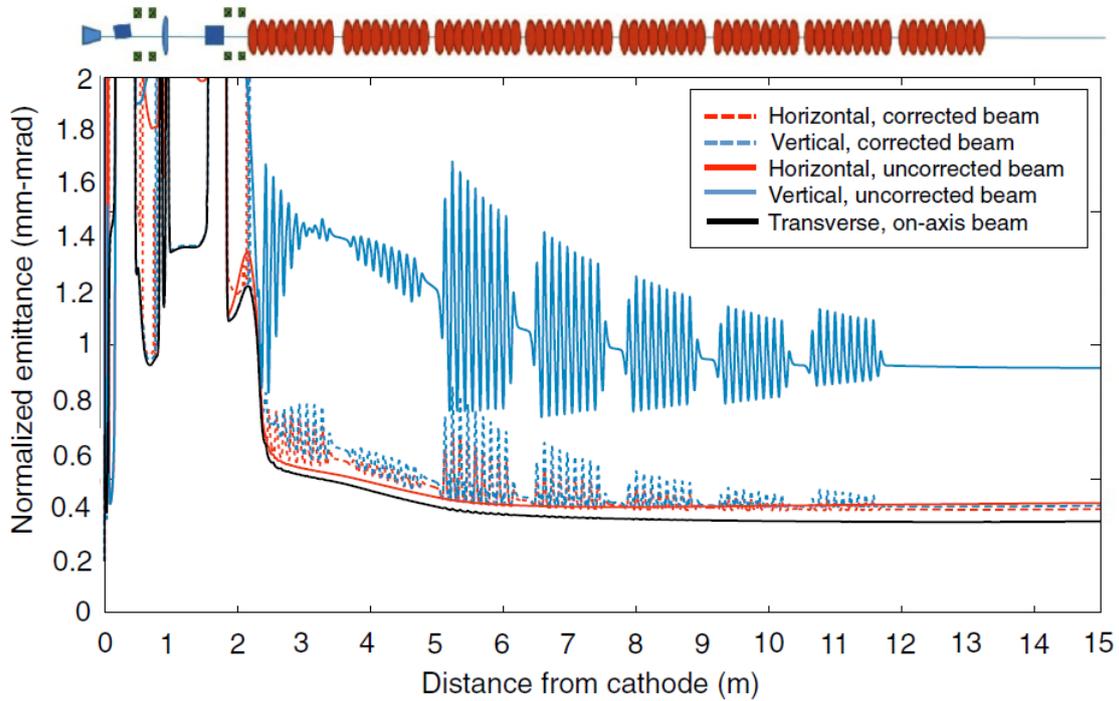


图 6: 优化后的校正 (虚线) 和非校正 (实线) 情况下沿束线的归一化横向发射度演化，红色和蓝色分别对应水平和垂直方向。

17 用于超快超高剂量率放射治疗的紧凑型 S 波段直线加速器 [PRAB 24-05]

Compact S-band linear accelerator system for ultrafast, ultrahigh dose-rate radiotherapy

17.1 基本信息

- 分类: 医疗加速器设计、中低能加速器
- 作者: L. Faillace, S. Barone, G. Battistoni, M. Di Francesco, G. Felici, L. Ficcadenti, G. Franciosini, F. Galante, L. Giuliano, L. Grasso, A. Mostacci, S. Muraro, M. Pacitti, L. Palumbo, V. Patera, and M. Migliorati (主要机构: Sapienza University, 意大利)
- 类型: 模拟、实验量测
- 链接: <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.050102>

17.2 摘要

根据肿瘤的类型、大小和深度, 放射治疗 (radiotherapy, RT) 是目前利用电离辐射 (如电子、质子和 X/ γ 射线) 治疗肿瘤最广泛的技术。放射治疗基本上满足了靶向性的主要要求, 从而尽可能地损伤恶性细胞和保护健康组织。在这种情况下, 电子直线加速器被用作输送高能电子和 X 射线束 (通过电子轰击高 Z 值材料时的韧致辐射产生) 的可行工具。最近, 有实验证明超高剂量率的电子和 X 射线束能增加健康组织和肿瘤组织之间的差异反应。这种有益的反应称为 FLASH 效应。为此, 这篇论文作者研制了第一台用于 FLASH¹⁹放射治疗的紧凑型 S 波段²⁰直线加速器。该直线加速器的标称能量为 7 MeV, 脉冲电子束电流超过 100 mA。本文将展示 S 波段直线加速器的射频和束流动力学设计及调试、高功率射频测试、以及基于剂量学的 (dosimetric) 测量结果。

¹⁹即, 超快超高剂量率 (ultra-high dose rate)。

²⁰定义为 2 ~ 4 GHz 间的微波频段。

17.3 贡献或创新点

- 贡献：针对用于 FLASH 模式下放射治疗的 S 波段直线加速器，本文详细介绍了加速腔的设计与调试，并结合束流动力学仿真与辐射剂量仿真²¹，得到了满足 FLASH 剂量需求的运行条件，并使用 RW3 固体 (水的等效体) 测量的实际辐照剂量率，最终结果超过了 FLASH 模式所需的阈值。
- 创新点：第一款针对 FLASH 模式下的放射治疗设计的直线电子加速 (见下图)，采用直流热阴极电子枪与 S 波段加速段直接连接，在紧凑的前提下，实现了 7 MeV，脉冲流强 100 mA 的稳定电子束产出。针对放射治疗所必须的横向放射面积可调，本文研究了使用四极铁组控制束流横向尺寸和使用空心的圆柱 PMMA (聚甲基丙烯酸甲酯, polymethylmethacrylate) 治疗头两种方案。

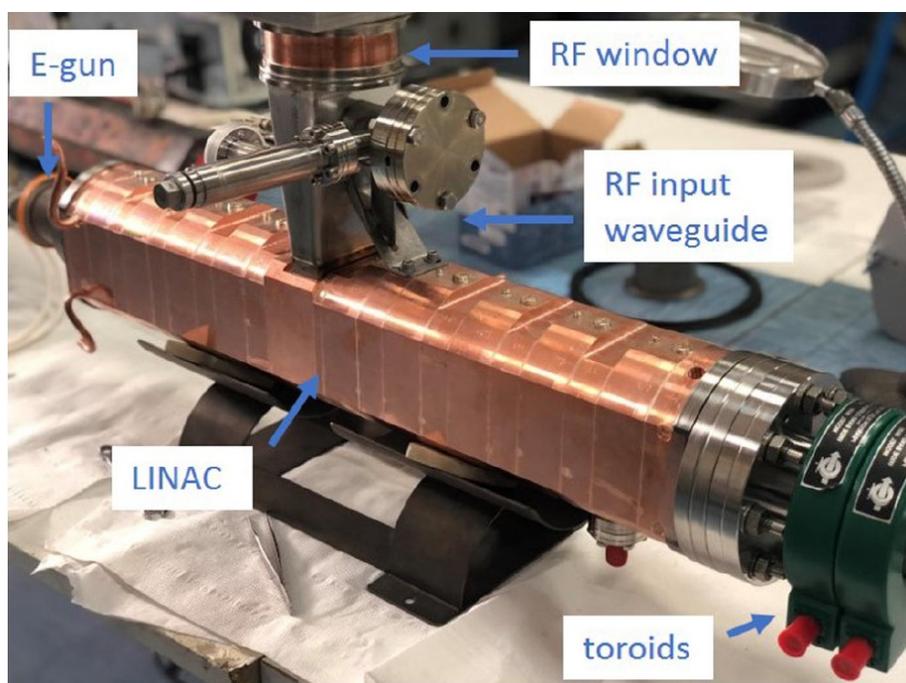


图 7: S 波段紧凑型直线加速器实物

17.4 直线加速器输出参数

²¹EGUN 用于模拟热阴极电子枪设计、T-STEP 用于束流动力学仿真。均为二维 (2-D) 模拟软件。FLUKA 则用于辐射剂量计算。

Parameter	Simulation	Measurement
Electron energy	7 MeV	7 MeV
Beam pulse length	4 μ s	4 μ s
Pulse current	100 mA	100 mA
Rep rate	250 Hz	250 Hz
Dose per pulse, D_p	4.9 Gy	5.14 Gy
In-pulse dose rate, \dot{D}	1.22×10^6 Gy/s	1.28×10^6 Gy/s
Average dose rate, $\langle \dot{D} \rangle$	1.22×10^3 Gy/s	1.28×10^3 Gy/s