

# 加速器束流动力学期刊论文导读 (2021 年 3 月)

受“京师物理”公众号启发，我们几个同好便萌生将加速器领域的代表性期刊 Physical Review Accelerators and Beams (PRAB) 里的论文进行导读。主要 (但不限于) 导读材料选自 PRAB 近期上线的期刊，与部分美国物理学会 (American Physical Society, APS) 旗下的其它期刊或过去 PRST-AB 可能涉及加速器方面的论文。与超快电子衍射成像动力学相关的论文则不在此限。

预期论文导读将于每个月初收集后发布，在 [http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh\\_CN/article/2191806/content/1551.htm#article](http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh_CN/article/2191806/content/1551.htm#article) 可以找到过去的导读文档。限于成员水平，导读仍许多地方有待改进 (正)。任何关于导读内容的指正、建议、意见都欢迎提出、交流，我们期待从交流讨论中激发的可能研究课题。

本期 (2021 年 3 月) 导读成员<sup>1</sup>负责结果统计如下表

成员姓名	导读列表	联系方式
蔡承颖	[1]、[2]、[4]、[5]、[7]、[9]、[12]	jcytsai@hust.edu.cn
秦伟伦	[6]	qinweilun1991@gmail.com
宋怡方	[3]、[8]	yifangsong@hust.edu.cn
雷健	[??]	aaron_lei@hust.edu.cn
范子钰	[??]	m202071684@hust.edu.cn
袁怡	[11]	verayy@hust.edu.cn
漆鸿	[10]	d201880400@hust.edu.cn

<sup>1</sup>宋怡方、漆鸿、雷健、袁怡、范子钰为电磁所樊宽军教授研究生。

## 目录

1	在二极铁里激光与电子束相互作用的首次观察 First observation of laser-beam interaction in a dipole magnet	4
2	任意多束团形态耦合束团不稳定性的自洽模拟与分析 [PRAB 19-02] Self-consistent simulations and analysis of the coupled-bunch instability for arbitrary multibunch configurations	6
3	基于激光加速的单发飞秒电子衍射：电子脉冲压缩的实验展示 Single-Shot Femtosecond Electron Diffraction with Laser-Accelerated Electrons: Experimental Demonstration of Electron Pulse Compression	9
4	自由空间中电子束的光学调制 [PRL 126] Optical Modulation of Electron Beams in Free Space	12
5	利用波荡器辐射的功率噪声测量横向束团发射度 [PRL 126] Transverse Beam Emittance Measurement by Undulator Radiation Power Noise	15
6	种子型自由电子激光中微束团不稳定性引起的边带效应 [PRAB 19-05] Microbunching-instability-induced sidebands in a seeded free-electron laser	19
7	储存环中任意 RF 场的纵向耦合束团不稳定性理论 [PRAB 21-12] Theory of coupled-bunch longitudinal instabilities in a storage ring for arbitrary rf potentials	23
8	面向单色亚纳米分辨率超快电子显微和飞秒分辨率超快电子衍射 Toward monochromated sub-nanometer UEM and femtosecond UED	26
9	作为相干光源的微波不稳定性 [PRE 58] Microwave instability as a coherent light source	29
10	亚皮秒时间尺度下利用相干 Smith-Purcell 辐射进行最小侵入性的束团长度测量 [PRAB 24-04] Coherent Smith-Purcell radiation for minimally invasive bunch length measurement at the subpicosecond time scale	32
11	储存环逐束团三维位置和电荷量测量系统 [PRAB 24-03] Bunch-by-bunch three-dimensional position and charge measurement in a storage ring	36

12 纵向朗道阻尼消失的阈值研究 [PRAB 24-01]

Thresholds for loss of Landau damping in longitudinal plane

39

## 1 在二极铁里激光与电子束交互作用的首次观察

### First observation of laser-beam interaction in a dipole magnet

#### 1.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Jiawei Yan *et al.* (主要机构：上海应用物理研究所、上海高等研究院)
- 类型：数值模拟、实验
- 链接：<https://arxiv.org/abs/2012.05452>

#### 1.2 摘要

作为新一代光源，自由电子激光 (free-electron laser, FEL) 能够提供具有埃-飞秒 (angstrom-femtosecond) 的空间-时间分辨率的高亮度 X 射线脉冲。自由电子激光背后的基本机制即电磁波与相对论电子束在波荡器中的交互作用。波荡器由上百至千方向交变的二极铁组成。这篇论文探讨的一部分主题是在一个单纯二极铁中的激光-电子交互作用，其中，40-keV 振幅、266-nm 波长能量调制的电子束微束团在实验上被量测到。这个能量调制可以被用来作为自由电子激光的种子而在其六次谐波 (44.33 nm) 通过高增益谐波产生 (high gain harmonic generation, HGHG) 机制形成输出激光。

#### 1.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文从实验量测与数值模拟给出了一个利用激光在 chicane 中的第一个弯铁与电子束交互作用 (能量调制)，从而作为后段相干辐射源种子的想法的可行性验证。
- 贡献：关于实验上量测电子微束团能量调制振幅的方法，这篇论文参照了相干高次谐波法 [1]。

## 参考文献

- [1] Chao Feng, Tong Zhang, Jianhui Chen, Haixiao Deng, Meng Zhang, Xingtao Wang, Bo Liu, Taihe Lan, Dong Wang, and Zhentang Zhao, Measurement of the average local energy spread of electron beam via coherent harmonic generation, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **14**, 090701 (2011)

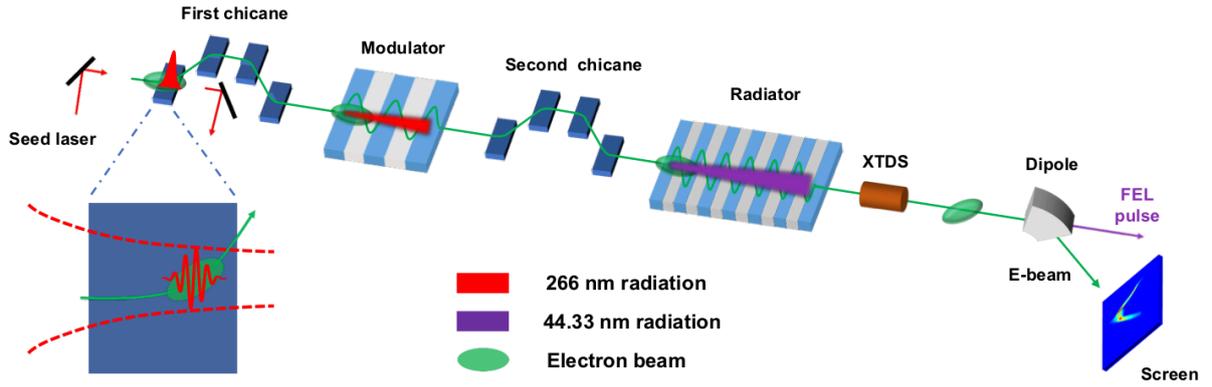


FIG. 1. Schematic layout of the experiment.

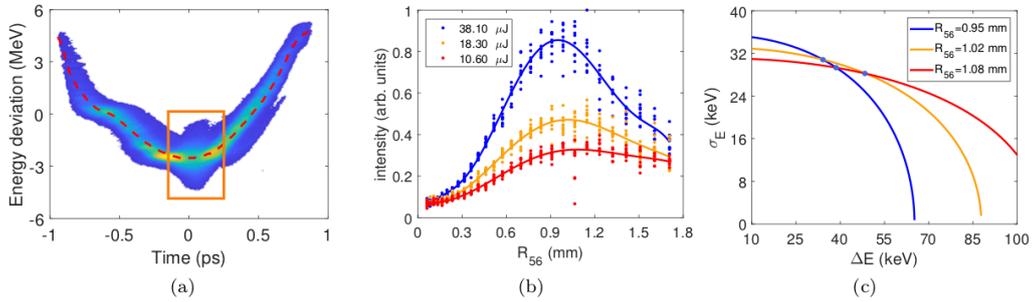


FIG. 3. Performance of the laser-beam interaction in the dipole magnet. (a) Longitudinal phase space of the electron beam after the interaction. The red dashed line represents the central energy of the electron beam. Beam head is on the left. (b) Measured coherent radiation intensity and fitted curves after the electron beam passes through the first chicane under different laser pulse energies. (c) Relationship between the energy modulation amplitude induced by the  $38.10 \mu\text{J}$  seed laser and the initial slice energy spread.

## 2 任意多束团形态耦合束团不稳定性的自洽模拟与分析 [PRAB 19-02]

### Self-consistent simulations and analysis of the coupled-bunch instability for arbitrary multibunch configurations

#### 2.1 基本信息

- 分类：多粒子束流动力学
- 作者：Gabriele Bassi, Alexei Blednykh, and Victor Smaluk (主要机构：BNL)
- 类型：理论与数值计算
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.19.024401>

#### 2.2 摘要

这篇论文提出一种创新、自洽的计算长程尾场 (long-range wakefield)、多束团集体效应的方法, 并且应用到三代同步辐射光源 NSLS-II (National Synchrotron Light Source II) 项目的纵向与横向耦合束团不稳定性的研究。这篇论文提出的算法已经实现在一个新的并程序 SPACE (self-consistent parallel algorithm for collective effects)<sup>2</sup>。这个程序能够用来作为分析束团与束团间 (bunch-to-bunch)、或束团内部 (intrabunch) 运动时准确的束流动力学模拟, 例如

- 由于在储存环中的非均匀束团串 (non-uniform filling pattern), 不为零的束团头尾色品 (chromatic head-tail) 对耦合束团不稳定性的影响;
- 被动高次谐波共振腔 (passive higher harmonic cavity, passive HHC) 对单束团或多束团动力学的影响。

同时, 基于这个算法的数值计算与一些特定情况下的解析结果进行检验比较。对于任意填充形式的束团串 (for a beam with arbitrary filling pattern), 可以从一组耦合的 Vlasov

---

<sup>2</sup>在此之前, 这个计算程序称为 OASIS, 因为与 PBO Lab 的一个商用程序重名, 因此自这篇论文之后, 改为 SPACE。但是, 2018 年后又出现一个也是称为 SPACE 的程序, 用来计算 CeC (coherent electron cooling) 过程的一个 PIC 计算程序。

方程得到依赖于流强的 (复) 振荡频率偏移<sup>3</sup>。这篇论文还提出求解特征谱 (eigenvalue spectrum) 的一个创新方法, 基于 Gerschgorin 圆定理 (circle theorem), 能够快速对在复数空间的特征值定位, 对于均匀束团串分布情况下的微扰分析提供了一个非常有效的方法。

### 2.3 贡献或创新点

- 贡献: 储存环加速器中的长程尾场效应一般涉及多束团 (multi-bunch) 或多圈 (multi-turn) 的多粒子 (multi-particle) 集体动力学, 对涉及尾场概念的时域 (time domain) 方式数值计算资源带来很大要求, 因为计算时还需要保留对个别束团的“历史”轨迹, 即内存要求。特别是, 如果多束团多圈形态下, 还涉及个别束团内部运动的集体效应。以下两种情况对计算资源的要求甚钜
  - 利用 passive HHC 对多束团多圈的耦合束团不稳定性抑制的动力学分析。此时, 点束团 (point bunch) 模型未必能给出可靠结果, 因为个别束团内部结构与存在 HHC 时的暂态效应都可能影响耦合束团不稳定性;
  - 任意填充形式的束团串形态的耦合束团不稳定性。

这篇论文的第一部分, 即 Sec. II, 描述如何构建 SPACE 程序的演算法。第二部分 Sec. III, 与论文后的附录, 则是给出任意填充形式束团串的耦合不稳定性的理论分析。第三部分 Sec. IV 给出了四个例子的耦合束团不稳定性分析, 两个基本例子, 分别为 two-bunch case 与 three-bunch case, 皆有解析解; 与两个实际例子, 为带有间隙的均匀束团串与具有密度分布起伏的均匀束团串。

- 创新点:
  - 目前完整的、任意填充形式束团串的耦合不稳定性的理论还没有给出, 但是相关的研究有 [1, 2, 3]。这个工作的一个创新点是, 任意填充形式束团串的耦合不稳定性的理论分析可以通过与“均匀束团串形态的特征值问题”关联, 在微扰假设下, 有 Eqs. (49) 与 (70) 的结果。
  - 另一个创新点为利用 Gerschgorin 圆定理, 能够快速对在复数空间的特征值定位。对于近对称矩阵 (即, 主轴外的元素相对小得多的情况), 这个方法特别有效。

---

<sup>3</sup>这里的偏移量一般而言是一个复数, 实部对应于相对于横向 betatron frequency  $\omega_\beta$  或是纵向 synchrotron frequency  $\omega_s$  振荡频率的偏移, 视所考虑的集体效应涉及的维度与时间尺度而定; 虚部则表征集体运动的增长或衰减率 (growth/damping rate)。

## 2.4 关于 SPACE

基于这篇论文分析方式开发的程序称为 SPACE, 基于 Vlasov-Fokker-Planck (VFP) 方程, 利用第  $m$  个束团相空间分布  $\Psi_m(x, p_x, \tau, \delta; t)$  函数投影后的粒子模型<sup>4</sup>简化, 能够分析短程与长程尾场的单束团与多束团集体不稳定性。分析假设束团串有  $M$  个束团, 每个个别束团有  $N_p$  个宏粒子<sup>5</sup>, 形成一组  $M$  个耦合的 VFP 方程。基于 SPACE 算法, 单粒子动力学可以通过给定  $6 \times 6$  transfer map 得到, 或是利用辛方法 (symplectic integrator) 得到。横向或纵向尾场可以通过使用程序内建的解析模型, 或是外部给定。

数值求解 VFP 方程中, 时间的递进采用 BCH (Baker-Campbell-Hausdorff) 公式, 其中,  $\Delta t = T_0$  为每圈周期。每圈更新的物理量有  $x, p, \tau, \delta$ , 先通过纯光学、哈密顿传输  $L_H$  [Eqs. (11-14)], 再通过 Fokker-Planck 算子  $L_{FP}$  [Eqs. (15,16)], 最后才是集体作用算子  $L_C$  [Eqs. (17,18)]。

短程集体效应通过傅立叶变换, 在阻抗模型下计算 energy kick (参考 Sec. II.C, 包含计算复杂度分析); 长程集体效应则采用尾场模型 (参考 Sec. II. D, 包含计算复杂度分析)。

## 2.5 其它

论文还提到其它团队相关的分析、计算耦合束团不稳定性的方法, 如 R 法国 SOLEIL 实验室 R. Nagaoka 等人开发的 MBTRACK, 可以参考该论文的 Refs. [4,5,10]。

## 参考文献

- [1] B. Zotter and F. Sacherer, CERN Report No. 77-13, 1977, <http://cds.cern.ch/record/118362/files/CERN-77-13.pdf>
- [2] R. D. Kohaupt, Report No. DESY-85-139, 1985, <https://inspirehep.net/literature/221613>
- [3] J. S. Berg, Ph.D. thesis, Stanford University, 1996, <https://www.slac.stanford.edu/pubs/slacreports/reports06/slac-r-478.pdf>

---

<sup>4</sup>注意, SPACE 不是粒子跟踪模拟 (particle tracking) 程序, 而是基于平均场模型的 VFP 程序。求解这类动理学方程一般有两种方法: 1) 直接解相空间分布函数; 2) 解相空间分布函数的投影物理量。SPACE 属于后者。

<sup>5</sup>不同于每个束团的实际粒子数  $N_m$  (其中,  $m = 0, 1, \dots, M - 1$ )

### 3 基于激光加速的单发飞秒电子衍射: 电子脉冲压缩的实验展示

#### Single-Shot Femtosecond Electron Diffraction with Laser-Accelerated Electrons: Experimental Demonstration of Electron Pulse Compression

#### 3.1 基本信息

- 分类: 其它相关文章
- 作者: Shigeki Tokita *et al.* (主要机构: Kyoto University 京都大学, 日本)
- 类型: 实验
- 链接: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.105.215004>

#### 3.2 摘要

这篇论文汇报了由激光加速的电子束的纵向压缩的(首次)验证实验。使用强度为  $10^{18}$  W/cm<sup>2</sup> 的飞秒激光脉冲, 电子束被加速到约 350 keV, 相对动量扩散 (momentum spread) 约为 0.01, 并通过磁脉冲压缩器 (magnetic pulse compressor<sup>6</sup>) 将电子束在距离电子源约 50 cm 处压缩到的 500 fs。这一电子束被用来产生单发金 Au(001) 晶体的清晰衍射图案, 该方法可用来解决了超快电子衍射中的空间电荷问题。

#### 3.3 贡献或创新点

- 创新点: 该工作中, 电子由高强度激光束照射聚乙烯 (polyethylene) 产生并加速, 主要通过  $J \times B$  加热过程 [1] 加速。该过程产生的电子束具有较宽的散角和能谱 (100 keV-1 MeV)。使用一对错开的二极铁配合 slit 组成能量选择器, 能量范围在 350 keV 上下的电子束进入后续的束线并完成束团压缩。装置的具体方案可见下图。
- 贡献: 该工作首次将磁压缩和能量选择器用在了超快电子衍射实验中, 并通过激光有质动力学散射实验验证了压缩效果。该思路在后续发展出了不同的设计方案 [2, 3, 4, 5], 在束团长度和时间抖动两方面提高了超快电子衍射的时间分辨率。

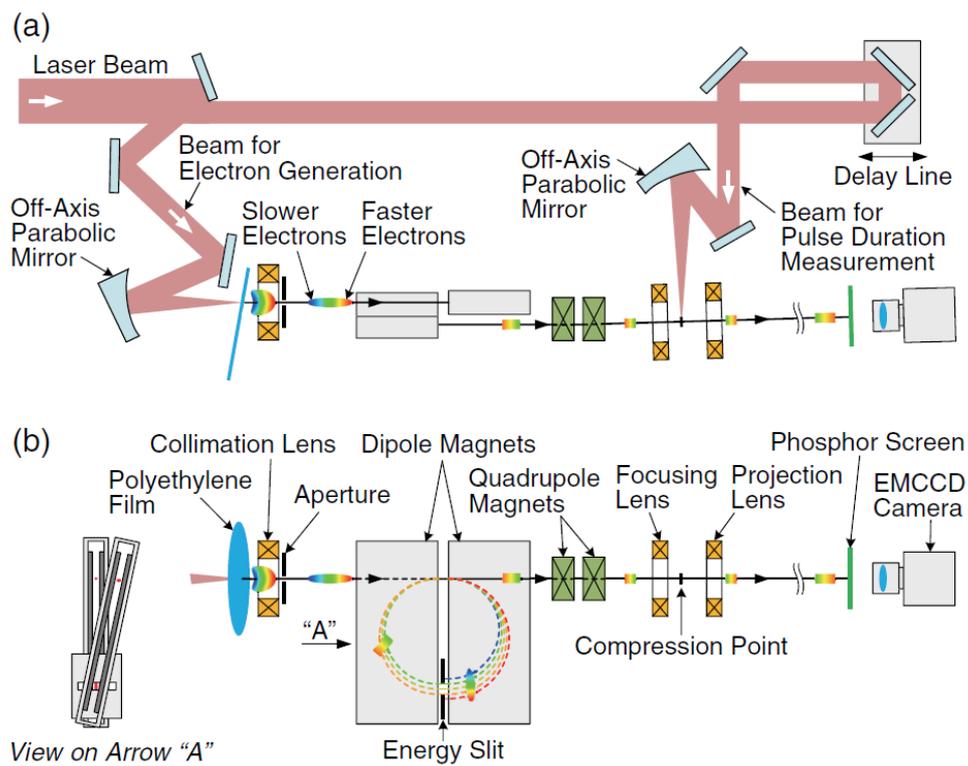


图 1: 电子脉冲压缩和脉冲宽度测量实验装置示意图: (a) 顶视图和 (b) 侧视图。

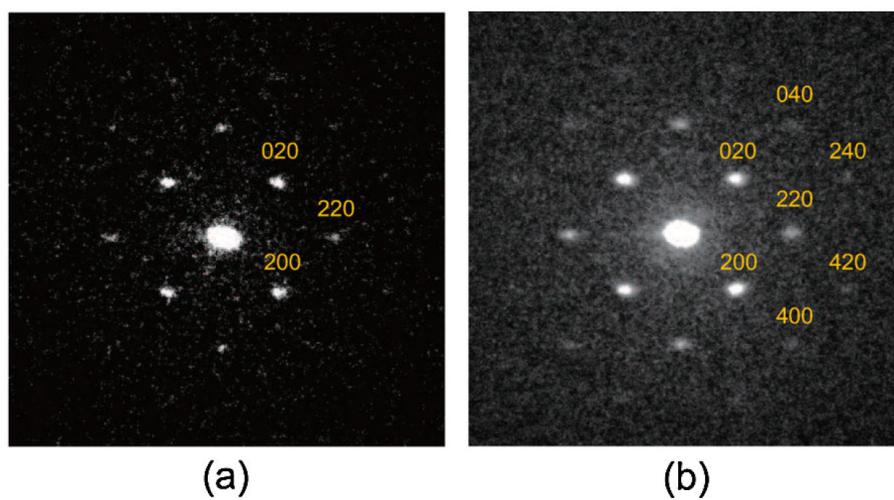


图 2: 从 Au(001) 单晶样品中获得的 (a) 单发和 (b)10 发衍射样斑。

### 3.4 装置意义图及部分结果

#### 参考文献

- [1] W. L. Kruer and Kent Estabrook,  $J \times B$  heating by very intense laser light, *Physics of Fluids*, 28, 430-432, 1985, <https://doi.org/10.1063/1.865171>
- [2] Hyun Woo Kim, Nikolay A. Vinokurov, et al., Towards jitter-free ultrafast electron diffraction technology. *Nature Photonics*, 14(4):1-5, 2020, <https://www.nature.com/articles/s41566-019-0566-4>
- [3] Qi, Fengfeng and Ma, Zhuoran *et al.*, Breaking 50 Femtosecond Resolution Barrier in MeV Ultrafast Electron Diffraction with a Double Bend Achromat Compressor. *Phys. Rev. Lett.*, 124, 13, 2020, <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.124.134803>
- [4] Hyun Woo Kim, In Hyung Baek, Junho Shin, Sunjeong Park, Hyeon Sang Bark, Key Young Oang, Kyu-Ha Jang, Kitae Lee, Nikolay Vinokurov, and Young Uk Jeong, Method for developing a sub-10 fs ultrafast electron diffraction technology, *Structural Dynamics* 7, 034301, 2020, <https://doi.org/10.1063/4.0000012>
- [5] X. Yang, W. Wan *et al.*, Toward monochromated sub-nanometer UEM and femtosecond UED. *Sci Rep* 10, 16171, 2020, <https://doi.org/10.1038/s41598-020-73168-z>

---

<sup>6</sup>一种利用消色散 (achromatic) 的磁聚焦结构组成的纵向脉冲压缩系统。

## 4 自由空间中电子束的光学调制 [PRL 126]

### Optical Modulation of Electron Beams in Free Space

#### 4.1 基本信息

- 分类：束流动力学
- 作者：F. Javier García de Abajo and Andrea Konecna (主要机构：The Barcelona Institute of Science and Technology, 西班牙)
- 类型：理论
- 链接：<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.126.123901>

#### 4.2 摘要

这篇论文从理论与可行性分析层面讨论在自由空间 (free space) 中, 低能电子束 (动能约 60 keV) 与预先准备好的“定制”(tailored) 激光间的交互作用。更具体地说, 利用定制光场对电子束波函数的相位进行调制。通过严谨的半经典 (semi-classical) 理论<sup>7</sup>与电子波函数模型分析, 可以证明

1. 在自由空间中, 单频光场能够用来修正电子束的球像差 (aberration correction), 在焦点处产生聚焦的像;
2. 利用受激弹性康普顿散射 (stimulated elastic Compton scattering) 原理与定制光场, 则可以在电子束横向分布外加一相位调制。调制相位的大小与定制光场的场强沿着电子运动路径长度的积分成正比。

这篇论文后半部对应用定制光达到以上两种应用时, 所需要的激光功率。目前已有的超快电子显微装置基本上可以达到对激光的要求, 从而开启了在自由空间中利用激光场对电子束调制的方向<sup>8</sup>。

#### 4.3 贡献或创新点

- 贡献: 这篇论文按半经典、半量子方法<sup>9</sup>, 通过简化 Dirac 方程为等效的 Schrodinger 方程<sup>10</sup>后, 探讨利用近乎单频的激光光场控制低能电子束的动力学, 包含两个面

<sup>7</sup>这里指的是, 电磁场没有量子化。

<sup>8</sup>这个领域在加速器高能电子束中已有所应用。

<sup>9</sup>电子束视为电子波函数, 光场则仍当作经典物理中的电磁波。

<sup>10</sup>简化过程的详细推导见该论文的附加材料。

向，即：1) 像差修正；2) 横向一维分布 ( $x$  或  $y$ ) 的相位调制。调制的尺度或分辨率接近激光的衍射极限。更具体的数字有，这篇论文讨论的电子束动能为 60 keV，对于像差修正，估算需要的激光功率为 400 MW；对于束团横向相位调制，需要的激光功率为 40 MW。

- 创新点：在自由空间中，利用定制激光调制电子束 (如下示意图)，其特点是不再需要结构 (如，波导或介质边界)，因此激光功率或能量也就不再受结构的材料特性而局限。如此一来，足够大的激光光场就能激发 ponderomotive force，对电子束进行调制。

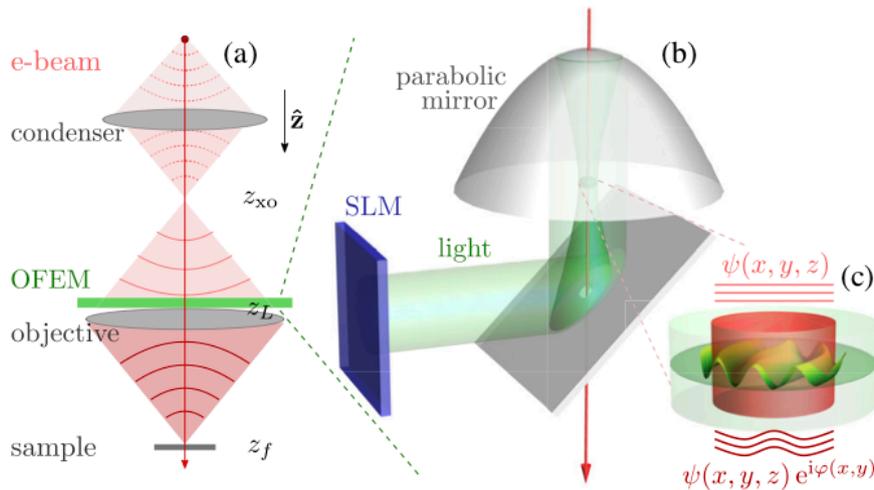


FIG. 1. Optical free-space electron modulator (OFEM). (a) The proposed element is placed in the electron microscope column right before the objective lens. (b) The OFEM incorporates a parabolic mirror that focuses light with a high numerical aperture on a vacuum region that intersects the electron beam. The electric field distribution at the optical focal spot is patterned by using a far-field spatial light modulator (SLM). (c) A phase is imprinted on the electron wave function, whose dependence on transverse coordinates  $\mathbf{R}$  is proportional to the field intensity integrated along  $z$ .

定制激光施加在电子束横向相位的不同分布将影响电子束的横向机率密度分布，或横向密度调制 (如下图)。

#### 4.4 其它

这篇论文开头提到几种对于低能电子束横向调控的方案，如，利用双棱镜 (biprism) 对横向分布施加相位、利用伪磁单极子 (magnetic pseudo-monopole) 产生具有角动量的电子束等。

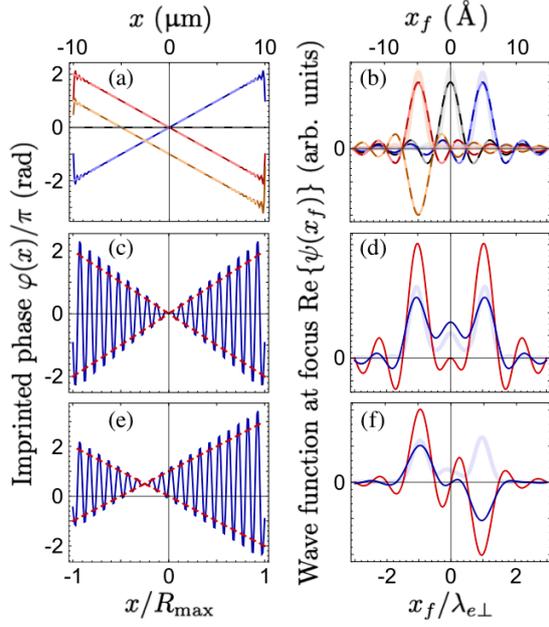


FIG. 2. 1D electron focus shaping. We plot the OFEM-imprinted electron phase [(a),(c),(e)] and the corresponding wave function at the focal plane [(b),(d),(f)]. Dashed curves in (a),(b) and red curves in (c)–(f) correspond to ideal target profiles, while solid curves in (a),(b) and blue curves in (c)–(f) stand for the result obtained by introducing optical diffraction in the OFEM illumination. We consider a linear phase variation (a) leading to single-peak wave functions (b), as well as more complex phase patterns (c),(e) producing symmetric (d) and antisymmetric (f) double-peak wave functions. We take a ratio of the objective-lens semiaperture to the light wavelength  $R_{\max}/\lambda_0 = 12.5$ . The in-plane OFEM and focal coordinates  $x$  and  $x_f$  are normalized to  $R_{\max}$  and the projected electron Abbe wavelength  $\lambda_{e\perp} = \lambda_e/\text{NA}$ , respectively, where  $\lambda_e = 2\pi/q_0$  is the electron wavelength and  $\text{NA} = R_{\max}/(z_f - z_L)$  is the microscope numerical aperture. The electron probability density  $|\psi|^2$  is shown as color-matching thick-light curves in (b),(d),(f). Upper horizontal scales correspond to 60 keV electrons,  $R_{\max} = 10 \mu\text{m}$ , and  $\text{NA} = 0.01$ .

电子横向相位调制一般涉及一称为 Dirac-Kapitza 效应，用来描述驻波激光与电子束相互作用的过程。这个过程不允许自由电子的单光子吸收或放射，因此，发生电子与光的耦合最低阶为二阶效应，将涉及偶数个光子吸收或放射。

## 5 利用波荡器辐射的功率噪声测量横向束团发射度 [PRL 126]

### Transverse Beam Emittance Measurement by Undulator Radiation Power Noise

#### 5.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Ihar Lobach, Sergei Nagaitsev, Valeri Lebedev, Aleksandr Romanov, Giulio Stancari, Alexander Valishev, Aliaksei Halavanau, Zhirong Huang, and Kwang-Je Kim (主要机构：University of Chicago)
- 类型：理论、实验
- 链接：<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.126.134802>

#### 5.2 摘要

这篇论文利用对非相干同步辐射量测结果进行分析，从而得到电子束横向发射度。在储存环中，逐圈非相干同步辐射功率的随机起伏与电子束团的六维相空间分布有关，因此，通过对量测非相干同步辐射功率，原则上能够提取电子束团的信息。某些情况下，当电子束六维相空间分布的特征中，如果仅有一个参数未知，那么，该参数将可以通过测量到的非相干同步辐射功率起伏的幅值推知。这篇论文以 IOTA<sup>11</sup>加速器此为例，演示一个不需要额外不受限的参数与（非相干同步辐射量测）特殊校正的“绝对量测”，分别通过非相干同步辐射功率的起伏推知圆束团 (round beam,  $\epsilon_x \approx \epsilon_y \approx \epsilon$ ) 与扁束团 (flat beam,  $\epsilon_x \gg \epsilon_y$ ) 的发射度。值得注意的有，过去利用传统同步辐射光束斑方法 (synchrotron light beam size monitor, SLM) 对扁束团  $y$  方向的发射度量测是不可行的。

#### 5.3 贡献或创新点

- 创新点：利用一个物理系统的随机性进行一些相关参数量测，这种想法在过去其它领域已有过尝试，如，通过“热噪声”(thermal noise) 对玻兹曼常数  $k_B$  的量测；在真空管中，对电子束离散粒子形成的噪声 (shot noise 或 Schottky noise) 对电荷单元  $e$  的量测等。这篇论文针对高亮度电子束的横向发射度测量，提出以电子束发出同步辐射相伴的噪声或随机起伏为基础的一种绝对量测电子束团发射度的创

<sup>11</sup>在美国费米国家实验室的一个小型试验型加速器，原称为 Integrable Optics Test Accelerator。

新方法。

适用条件有二：（或者说，适用于以下两种情况的加速器参数操作区间）

1. 随机起伏主要应由电子束逐圈动力学影响，而不是由单粒子辐射的泊松分布主导。如此一来，相干模的数目  $M$  主要由量测到的同步辐射功率起伏决定；
  2. 相干模的数目  $M$  必须对电子束的发射度  $\epsilon_{x,y}$  相对敏感。
- 贡献：同步辐射功率起伏即每次（圈）量测到的光子数的起伏，即  $\langle \mathcal{N} \rangle$ 。通过对（单）电子发出同步辐射过程的分析，每圈量测到的光子数的均方差 (variance) 可以写成

$$\text{var}(\mathcal{N}) = \langle (\mathcal{N} - \langle \mathcal{N} \rangle)^2 \rangle = \langle \mathcal{N} \rangle + \frac{\langle \mathcal{N} \rangle^2}{M}$$

其中，一个关键的物理量为相干模数目  $M$ ，可以预期与许多参数相关，如，束团的各种参数、同步辐射谱、侦测元件接收光子的孔径、效率等，即

$$M = M \left( \text{beam parameters}; \frac{d^2 W}{d\omega d\Omega}; \text{detector aperture \& efficiency} \right)$$

对于一般弯转二极铁与波荡器，同步辐射谱不同，这里讨论波荡器形成的同步辐射谱，参考下图。

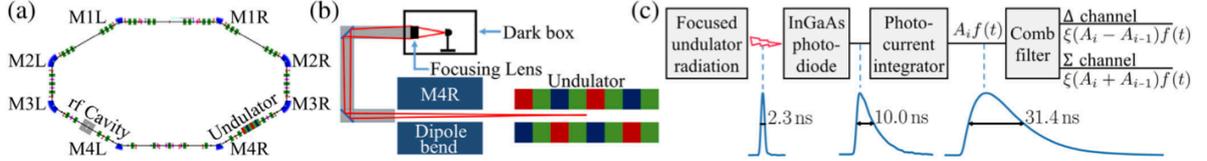


FIG. 1. (a) Layout of IOTA; electrons circulate clockwise. (b) Light path from the undulator to the detector (not to scale). (c) Block diagram of the detection circuit;  $i$  is the IOTA revolution number. The delay in the comb filter equals exactly one IOTA revolution, 133.3 ns. Hence, its  $\Delta$  channel provides a signal difference between two consecutive turns.

为简化起见，论文中的分析并不是严格按教科书中得到的同步辐射谱 (double spectrum)，而是假定辐射谱为高斯形式，则  $M$  的解析形式将大大简化。其它相关符号的表示式总结如下

$$M^{-1} = \left(1 - \frac{1}{n_e}\right) \frac{\sqrt{\pi}}{\sigma_z^{\text{eff}}} \frac{1}{\langle \mathcal{N}_{\text{s.e.}} \rangle^2} \int dk \int d^2\phi_1 \int d^2\phi_2 \int d^2\mathbf{r}' \mathcal{P}_k(\mathbf{r}', \phi_1 - \phi_2) \mathcal{I}_k(\phi_1, \mathbf{r}') \mathcal{I}_k^*(\phi_2, \mathbf{r}')$$

$$\mathcal{P}_k(\mathbf{r}', \phi_1 - \phi_2) = \frac{1}{4\pi\sigma_{x'}\sigma_{y'}} e^{-\frac{(x')^2}{4\sigma_{x'}^2} - \frac{(y')^2}{4\sigma_{y'}^2} - ik\Delta_x(\phi_{1x} - \phi_{2x})x' - ik\Delta_y(\phi_{1y} - \phi_{2y})y' - k^2\Sigma_x^2(\phi_{1x} - \phi_{2x})^2 - k^2\Sigma_y^2(\phi_{1y} - \phi_{2y})^2}$$

$$\mathcal{I}_k(\phi, \mathbf{r}') = \sum_{s=1,2} \eta_{k,s}(\phi) \mathcal{E}_{k,s}(\phi) \mathcal{E}_{k,s}^*(\phi - \mathbf{r}')$$

$$\langle \mathcal{N}_{\text{s.e.}} \rangle = \sum_{s=1,2} \int dk \int d^2\phi \eta_{k,s}(\phi) |\mathcal{E}_{k,s}(\phi)|^2$$

关于以上一般形式  $M$  的计算,其计算程序可以在 <https://github.com/IharLobach/fur> 找到。

总的来说,这篇论文即是通过实验得到关于同步辐射光子数逐圈的信息  $\text{var}(\mathcal{N})$  与  $\langle \mathcal{N} \rangle$ , 与  $M$  中一些 (从其它束测元件量测到的) 已知的物理量 (如, 束团横向尺寸  $\sigma_{x,y}$ 、束长  $\sigma_z$ , 及储存环的相关光学参数等), 推知电子束团的发射度。这篇论文针对 IOTA 上运行的两种模式, 量测

- 圆束团 (round beam,  $\epsilon_x \approx \epsilon_y \approx \epsilon$ ) 的发射度
- 扁束团 (flat beam,  $\epsilon_x \gg \epsilon_y$ ) 的发射度。

注意, 过去利用传统同步辐射光束斑方法 (synchrotron light beam size monitor, SLM) 对扁束团  $y$  方向的发射度量测是不可行的, 因此, 这个工作突破过去对扁束团  $y$  方向发射度量测的困难, 给出一种可靠量测方法。下图为两种不同束团形态中, 在不同电子束电流情况下, 关于波荡器中同步辐射光子数起伏  $\text{var}(\mathcal{N})$  的量测与推知的束团发射度, 及其与其它方法的比较。

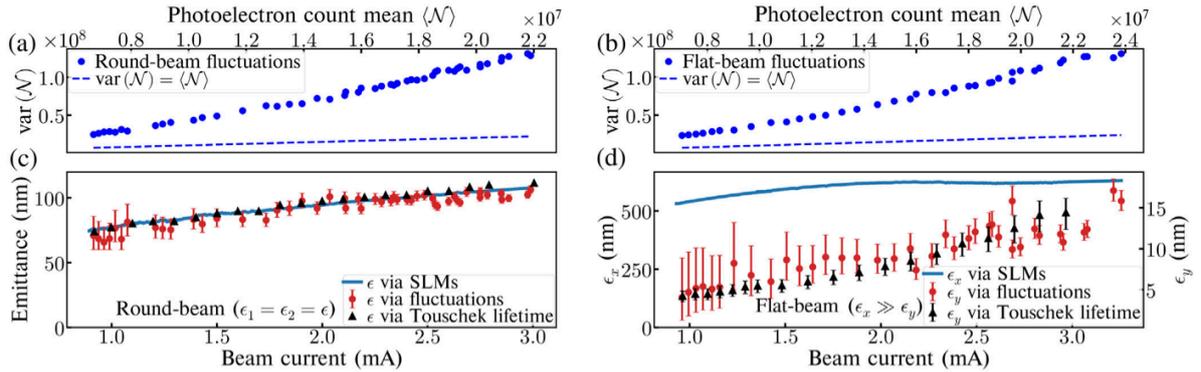


FIG. 2. Panels (a) and (b) show the measured fluctuations for the round and flat beams, respectively. The statistical error of each point is  $2.7 \times 10^6$  (not shown). (c) The round-beam mode emittance  $\epsilon$ , determined via SLMs, via undulator radiation fluctuations, and via Touschek lifetime, assuming the effective momentum acceptance  $2.0 \times 10^{-3}$ . (d) The flat-beam horizontal emittance measurement via SLMs (left-hand scale), the vertical emittance measurement via fluctuations and via Touschek lifetime (right-hand scale). The SLMs had a monitor-to-monitor spread of  $\pm 8$  nm (round beam) and  $\pm 50$  nm (horizontal emittance of flat beam); these error bars are not shown. All emittances are rms, unnormalized.

## 5.4 其它

作者与这篇论文几乎同时发表的还有在 PRAB 的 [1], 里面有更多细节描述, 包含以上式子的较详细的推导。另外, 前期工作可以参考 [2]。

## 参考文献

- [1] I. Lobach, S. Nagaitsev, V. Lebedev, A. Romanov, G. Stancari, A. Valishev, A. Halavanau, Z. Huang, and K.-J. Kim, companion paper, Measurements of undulator

radiation power noise and comparison with *ab initio* calculations, Phys. Rev. Accel. Beams 24, 040701 (2021), <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.040701>

- [2] I. Lobach, V. Lebedev, S. Nagaitsev, A. Romanov, G. Stancari, A. Valishev, A. Halavanau, Z. Huang, and K.-J. Kim, Statistical properties of spontaneous synchrotron radiation with arbitrary degree of coherence, Phys. Rev. Accel. Beams 23, 090703 (2020), <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.23.090703>

## 6 种子型自由电子激光中微束团不稳定性引起的边带效应 [PRAB 19-05]

### Microbunching-instability-induced sidebands in a seeded free-electron laser

#### 6.1 基本信息

- 分类: 同步辐射与自由电子激光
- 作者: Zhen Zhang (SLAC, TUB), Ryan Lindberg (ANL), William M. Fawley, Zhirong Huang, Jacek Krzywinski, Alberto Lutman, Gabriel Marcus and Agostino Marinelli (SLAC).
- 类型: 理论与模拟
- 链接: <https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevAccelBeams.19.050701>

#### 6.2 摘要

在 LCLS 自由电子激光测量的多发平均软 X 射线自种子光谱经常在种子波长附近呈现出类似基座一样的分布。这样的分布限制了光谱的纯净度, 并且有可能对一些没有采用波荡器后单色器的用户应用产生负面影响。这篇文章研究这种基座的来源, 聚焦于 FEL 波荡器上游微群聚不稳定性所产生的纵向相空间调制。通过理论和数值模拟, 文章显示了能量调制和密度调制都可以引起高增益种子型 FEL 中的边带, 这种边带的分数强度通常随着波荡器长度成二次方增长。这一结果给种子型 FEL 中电子束纵向相空间的均匀性提出了严格的限制, 可能要求长波调制的幅度远小于典型的非相干能散, 以控制边带功率保持在放大的种子功率的百分之几或者以下。

### 6.3 理论模型

首先利用经典的 FEL 无量纲参数构建双频模型

$$\frac{d\theta}{d\hat{z}} = \hat{\eta} \quad (1)$$

$$\frac{d\hat{\eta}}{d\hat{z}} = a_1 e^{i\theta} + a_s e^{i\nu\theta} + c.c. \quad (2)$$

$$\frac{da_1}{d\hat{z}} = -b_1 \quad (3)$$

$$\frac{da_s}{d\hat{z}} + i\frac{\Delta\nu}{2\rho}a_s = -b_s \quad (4)$$

其中,  $\nu = 1 + \Delta\nu \equiv \omega/\omega_1$ , 脚标"1"和"s"分别表示种子频率和边带频率。

给定初始能量调制和初始密度调制, 可以分别得到相应的边带场方程

$$\frac{d^3 a_s}{d\hat{z}^3} \approx i a_s + i \hat{A} D_3 \mu_3^2 e^{-i\mu_3 \hat{z}} \quad (\text{energy modulation}) \quad (5)$$

$$\frac{d^3 a_s}{d\hat{z}^3} + i\frac{\delta\nu}{2\rho} \frac{d^2 a_s}{d\hat{z}^2} \approx i\nu a_s + i\nu a_1 B \quad (\text{density modulation}) \quad (6)$$

其中  $\hat{A}$  和  $B$  分别表征初始能量和密度调制, 求解基频方程和边带方程, 可以给出边带频率功率相对于基频功率的占比  $P_s(\hat{z})/P_1(\hat{z})$  随波荡器中位置  $\hat{z}$  的变化。

能量调制与密度调制的结果可以合并到一个方程, 并最终给出

$$\frac{P_s(\hat{z})}{P_1(\hat{z})} \approx \frac{1}{9} \left| \hat{A} + \left( -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) B \right|^2 \hat{z}^2. \quad (7)$$

一个重要的结论是边带功率相对于基频功率的占比随  $\hat{z}$  呈二次方的变化。

值得注意的是, 在文章的附录中, 给出了这一问题的时域分析方法。

### 6.4 数值模拟

数值模拟采用一维 FEL 程序。下图为不同能量调制幅度下总的辐射场强和基频群聚因子的变化。下图则为  $\hat{A}=0.13$  情况下的频谱随  $\hat{z}$  变化。几个模拟结果要点:

- 总的辐射功率几乎与能量调制幅度无关
- 基频饱和群聚因子随能量调制幅度增加而下降
- 上下边带呈现不对称性
- 边带功率相对于基频功率的占比随  $\hat{z}$  呈二次方的变化

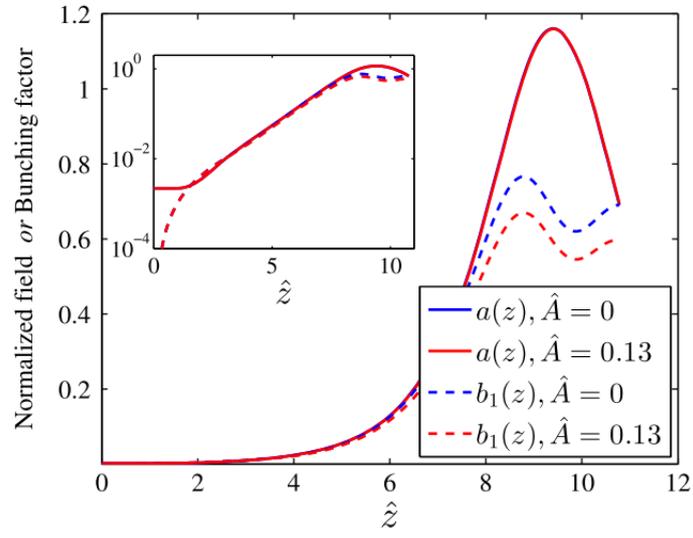


图 3: 不同能量调制幅度下总的辐射场强和基频群聚因子的变化

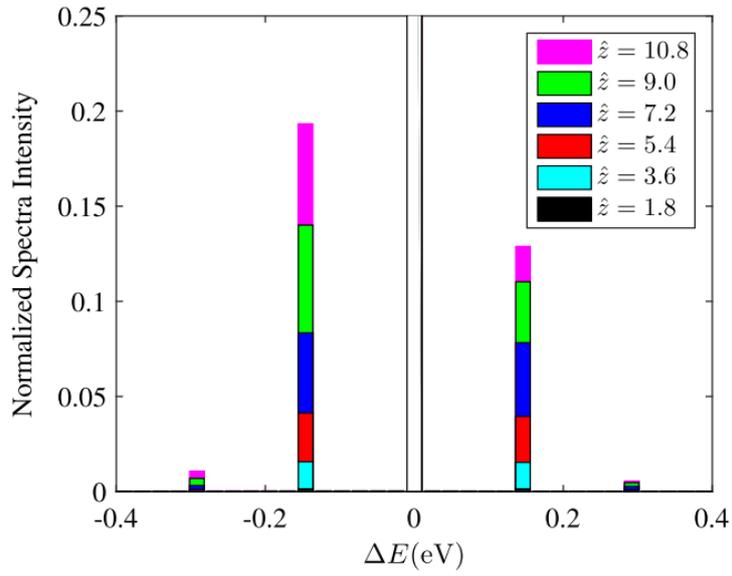


图 4: 频谱随  $\hat{z}$  的变化,  $\hat{A}=0.13$

## 6.5 贡献或创新点

主要贡献:

- 将自种子 FEL 光谱的基台归因于电子束微群聚不稳定性导致的相空间调制, 给出相应的理论模型和一维数值模拟
- 指出边带功率与基频功率之比随波荡器呈二次方增长

## 6.6 头脑风暴

文章的分析给出来对微群聚不稳定性导致的相空间调制的要求, 即长波调制的幅度要远小于非相干能散, 以 LCLS 为例, 非相干能散为 500 keV, 如果要边带占比低于 1%, 文章给出的数值要求是长波调制幅度低于 200 keV, 这一结果看起来是相当苛刻的。

文章的这一分析是基于单频调制, 其给定的依据是  $P_s < P_1$ , 即  $A_0 < \frac{1}{3}\rho$ 。实际情况是宽谱的长波调制, 在总的基台中, 单一频率的贡献可能并不太大, 这时单一频率的功率可能要求  $P_s < P_1/10$ , 这样的假设下, 单一频率的调制幅度要求更加严格了。这或许是这一理论并不准确的地方。

## 7 储存环中任意 RF 场的纵向耦合束团不稳定性理论 [PRAB 21-12] Theory of coupled-bunch longitudinal instabilities in a storage ring for arbitrary rf potentials

### 7.1 基本信息

- 分类：多粒子束流动力学
- 作者：Ryan R. Lindberg (Argonne National Laboratory)
- 类型：理论、粒子跟踪模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.21.124402>

### 7.2 摘要

这篇论文重新审视了在储存环中的多束团集体不稳定性，基于一组耦合 Vlasov 方程，建立纵向耦合束团不稳定性 (longitudinal coupled-bunch instabilities, LCBI) 理论。这个理论适用于任意形式的纵向 RF 场，这里任意形式的意义包含用来使束长拉伸的高次谐波 RF 场或是由于束团小振幅纵向运动范围外感受到的非线性场 (non-harmonic motion)。这篇论文得到的耦合束团振荡增长率 (coupled-bunch growth rate) 可以通过求解一色散关系获得，此色散关系式的参量  $\lambda_n$  则由耦合束团系统形成的 (线性) 矩阵的特征值决定。这个理论同时考虑了尾场或阻抗导致的集体不稳定性与束团纵向非线性运动引起的朗道阻尼效应，因此保持理论的自洽性。

在搭建 LCBI 理论之后，作为应用，这篇论文举了三个例子，分别为

1. harmonic potential  $\Rightarrow$  外加势有二次关系  $V_0(z) \propto z^2$  或  $\mathcal{H}_0 \propto \mathcal{I}$ ，其中  $\mathcal{I}$  为 action
2. weakly nonlinear potential  $\Rightarrow \mathcal{H}_0 \propto a\mathcal{I} + b\mathcal{I}^2$
3. quartic potential  $\Rightarrow$  外加势有四次关系  $V_0(z) \propto z^4$

其中，第一个例子能够重制过去模型给出的结果，因此作为验证这个理论模型的正确性；后面两个例子则是与目前第四代储存环光源相关的效应。作为独立检验这个理论模型的正确性，基于后面两个例子，利用粒子跟踪模拟程序 `elegant` 对目前正在升级的 APS Upgrade (Advanced Photon Source) 项目的相关参数进行评估。

### 7.3 贡献或创新点

- 贡献：储存环中的多束团集体不稳定性具有悠久的历史<sup>12</sup>，但一般印象里，理论模型的推进没有太多。这篇论文 Sec. II 梳理了多束团集体不稳定性理论框架，并应用 S. Krinsky 与 J.M. Wang 等人的求解带有周期驱动函数的一阶偏微分的方法。另外，结合

$$\rho_m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_{mn} \rho_n$$

特征系统的分析方式，将色散关系与特征系统  $\det(\mathbf{I} - T_{mn}) = 0$  关联起来。此外，这篇论文将过去简化情况的 harmonic potential，在这种情况下，束团的纵向运动周期  $\omega_s$  为一个常数，将 LCBI 的分析与既有理论比较，得到一致的结果。对于目前第四代储存环光源关心的问题（上面提到的后两项），则应用这篇论文搭建的理论框架，在 APS Upgrade 参数下给出计算结果，并与 `elegant` 比较。值得注意的是，论文本文考虑的多束团为均匀填充 (uniform, even) 的情况，对于非均匀填充情况，分析较为复杂，在这篇论文的附录 A 有部分分析。

- 创新点：大致有三
  - 论文中 Eq. (6) 的简化过程。这个简化过程利用了长程尾场在个别束团内几乎为定值的近似，少了一个积分过程，因此提高计算速率。
  - Eq. (21)，色散关系里的  $\lambda_n$  是基于求解上式中的特征值得到，代入作为色散方程里的参量。
  - 以往对于集体不稳定性估算将 onset instability growth rate 与 Landau damping rate 分开算，然后再加总在一起当作整体的 growth rate。这个情况多半发生在基于宏粒子模型 (macroparticle model) 或是基于 harmonic potential 的 Vlasov 分析中，其事实上忽略了 instability growth 与 Landau damping 之间可能的关联。这篇论文将这两个效应一起纳入 Vlasov 分析，并在第三个例子中讨论了其间的依存关系，见该论文 Figs. 2 与 3。

### 7.4 其它

关于储存环中 LCBI 的早期工作，可以参考 [1]；近期工作还有 [2]。关于在直线加速器中的 LCBI 引起的 beam breakup (BBU) 可以参考 J.M. Wang、J. Wu 与 J. Delayen 等人的工作。

---

<sup>12</sup>大约始于 F. Sacherer 在 1972 年与 J.L. Laclare 在 1985 年的工作。然后是 1980-1985 年期间，J.M. Wang (王俊明)，S. Krinsky, R. Ruth, C. Pellegrini 等人的工作。

## 参考文献

- [1] S. Krinsky, J.M. Wang, Longitudinal Instabilities with a Non-Harmonic rf Potential, Part. Accel, **17** (1985) pp.109-139 <https://inspirehep.net/literature/222373>
- [2] J. S. Berg, Coherent modes for multiple non-rigid bunches in a storage ring, Ph.D. thesis, Stanford University, 1996, SLAC Report No. SLAC-R-478 <https://www.slac.stanford.edu/pubs/slacreports/reports06/slac-r-478.pdf>

## 8 面向单色亚纳米分辨率超快电子显微和飞秒分辨率超快电子衍射

### Toward monochromated sub-nanometer UEM and femtosecond UED

#### 8.1 基本信息

- 分类: 超快电子成像
- 作者: Xi Yang (BNL), Weishi Wan (ShanghaiTech University) *et al.*
- 类型: 仿真设计
- 链接: <https://doi.org/10.1038/s41598-020-73168-z>

#### 8.2 摘要

本论文展示了一种针对超快电子衍射 (UED) 和超快电子显微镜 (UEM) 的兆电子伏 (MeV) 单色仪 (monochromator) 的初步设计, 相对能散可以达到  $10^{-5}$ 。这种窄能量展宽在单发模式 (single-shot mode) 和累积模式 (accumulation mode) 中都是有利的, 前者提高了衍射中的动量分辨率, 后者降低了多发 (shot-to-shot) 能量抖动。在单发模式下, 这篇论文对单色仪的效率进行了数值优化, 最高可达 13%, 每脉冲可产生 130 万个电子。在累积模式下, 为了减轻由于 shot-to-shot 能量抖动引起的效率降低, 优化后的电子枪相位只会导致单发效率的轻微降低, 因此累积的电子数几乎与重复频率成正比。受 Qi 等人<sup>13</sup>最近工作的启发, 在 MeV 单色仪的设计中成功地实现了一种利用反向弯转磁铁来调整与能量相关的路径长度差的新概念, 以实现阴极和样品之间的最小的能量相关的路径长度差。由于消色差设计, 电子束的脉冲长度和与能量相关的定时抖动 (timing jitter) 可以大大降低到 10 fs 的水平。这种单色仪的引入为构建亚纳米分辨率的 UEM 和 10 飞秒时间分辨率的 UED 跨出重要的一步。利用电子束参数与衍射峰展宽的对应关系, 可以对电子束的能量扩散和发散进行实时无损诊断。单色器和下游 chicane 的组合可以产生“双色”具有 10 到 160 fs 可调延迟的飞秒双脉冲, 这有可能为时间分辨成像提供前所未有的飞秒分辨率。

---

<sup>13</sup>Fengfeng Qi *et al.*, Breaking 50 Femtosecond Resolution Barrier in MeV Ultrafast Electron Diffraction with a Double Bend Achromat Compressor, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 134803 (2020), <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.124.134803>

### 8.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文使用二极铁配合 slit 组成单色仪，并在此基础上提出通过空间电荷效应和调节电子枪相位，产生能散足够大的电子束，经过单色仪中的双缝 slit 产生两个能量差在 5% 的“双色”电子束。两个电子束通过单色仪后的 chicane 调节相对延时，能量有明显差别的两个电子束轰击样品后衍射角有明显区别，因此可以使荧光屏一次记录两发（甚至多发）给定时间间隔的衍射样斑，从根本上改变了时间分辨率的概念。
- 贡献：本文详细讨论了一种新的基于二极铁的单色仪的设计，并给出了详细的仿真结果。基于该设计，作者们提出了“双色 (double-color)”和“多色 (multi-color)”电子探针的概念。这一新思路突破了荧光屏的数据记录速度，通过荧光屏的单次成像，即可收集数百飞秒内的多个不同时间的衍射信息，为提高 UED/UEM 的时间分辨率提供了新的思路。

### 8.4 装置意义图及部分结果

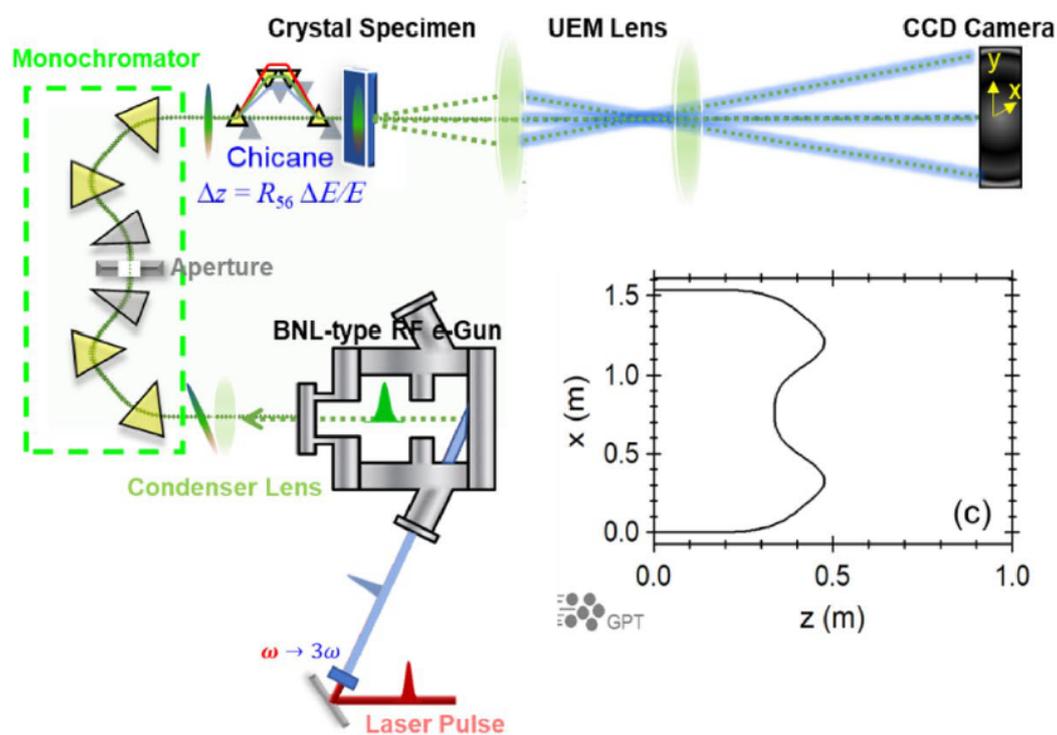


图 5: 实验装置示意图。

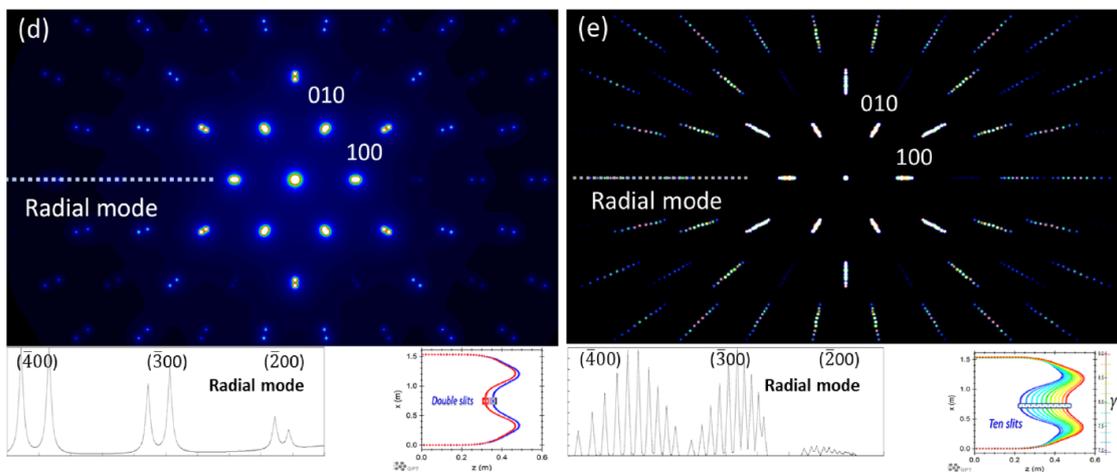


图 6: (左) 样品  $\text{TaS}_2\text{-2H}$  在“双色”情况下的衍射图。左下方的插图显示了布拉格衍射峰 (200)、(300) 和 (400) 的径向模式，右下角显示了“双色”切片 (蓝色和红色)， $\Delta E/E = 5\%$  由双缝选择，最大分散时的横向间距为 32.25 mm。(右) 样品  $\text{TaS}_2\text{-2H}$  在“十色”情况下的衍射图，束团间能量差为 3%。左下方的插图显示了布拉格衍射峰 (200)、(300) 和 (400) 的径向模式。右下角显示的是“十色”切片。

## 9 作为相干光源的微波不稳定性 [PRE 58]

### Microwave instability as a coherent light source

#### 9.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Jiunn-Ming Wang (王俊明, Brookhaven National Laboratory)
- 类型：理论
- 链接：<https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.58.984>

#### 9.2 摘要

这篇论文根据早期在 SURF II<sup>14</sup>与 BNL 的 NSLS<sup>15</sup>储存环光源上对相干辐射与电子束团集体动力学的研究，认为相干辐射起因于相干的微波不稳定性 (microwave instability) 或微束团不稳定性 (microbunching instability)。有别于当时较多采用的频域分析，这篇论文采用时域分析<sup>16</sup>，得到一个用来描述扰动电流的积分-微分方程 (integro-differential equation)，这个电流扰动表征的是电子束团内部的相干运动。这篇论文接着考虑一个简化、解析可解的情况，即有限带宽的阻抗，这时候这个积分-微分方程可以“对角化”(diagonalized)，其对应的特征值表征微束团不稳定性的增长率。论文最后基于这个可解模型，计算了这个电子束团集体不稳定性产生的相干辐射的功率。

#### 9.3 贡献或创新点

- 贡献：这篇论文多为论证与分析，几乎不见数值计算。首先给出基于时域分析的线性化 Vlasov 方程

$$\Psi(\phi, \epsilon; t) = \Psi(\phi, \epsilon; t = 0) - ce \int_0^t d\tau \mathcal{E}(\phi + \hat{\alpha}\epsilon(t - \tau); \tau) \frac{\partial \Psi(\phi + \hat{\alpha}\epsilon(t - \tau), \epsilon; \tau)}{\partial \epsilon}$$

<sup>14</sup>SURF 原称为 Synchrotron Ultraviolet Radiation Facility，是美国国家标准局 (National Institute of Standards and Technology, NIST) 的一个紫外波段的同步辐射储存环，当时电子能量约为 380 MeV。SURF II 是 1974 年开始运行，现在已经是 SURF III，参考<https://www.nist.gov/laboratories/tools-instruments/synchrotron-ultraviolet-radiation-facility-surf-iii>。

<sup>15</sup>NSLS 原称为 National Synchrotron Light Source，是美国布鲁克海文国家实验室的一个三代光源 (电子能量约 2.8 GeV)，1984 年建成，2014 年退役，目前运行的是已经升级的 NSLS-II (电子能量约 3 GeV)。

<sup>16</sup>注意，这里的频域与时域是针对  $s$  坐标 (global path coordinate) 而言，不是  $z$  坐标 (local bunch coordinate)。

其中,  $\Psi$  为电子纵向相空间分布函数,  $\phi$  为电子束团内部个别电子的坐标,  $\epsilon$  为个别电子与参考能量的偏差,  $t$  为总体时间参量 (有时候用  $s$ ),  $\mathcal{E}$  为尾场函数,  $\hat{\alpha} = \frac{\alpha\omega_0}{E_0}$  为归一化动量压缩因子。

讨论电子束微波不稳定性时, 先针对  $t$  (global path coordinate, 在储存环里有周期性) 与  $\phi$  (local bunch coordinate) 分别进行傅立叶级数展开  $\phi \rightarrow n$  与傅立叶变换  $t \rightarrow \Omega$ 。分析后得到“基本方程”[basic equation, Eq. (20)]。接着先针对熟知的基于 coasting beam 近似的情况给出简单评论, 说明 Eq. (21) 对应的基底函数一般选为平面波函数  $e^{in\phi}$  [ $\mathcal{B}_1$  基底]; 但是对于 bunched beam, 这个基底不方便进一步分析, 因此提出了采用波包函数  $\Gamma_\alpha$  作为基底的方案 [ $\mathcal{B}_2$  基底]。Section V.A 进一步推进, 在简化的阻抗模型下, 将 Eq. (21) 的核函数 (kernel function,  $K(\phi, \phi')$ ) 按基底  $\Gamma_\alpha$  展开。在 Section V.B 将积分-微分方程 Eq. (21) 对角化, 解出 bunched beam 情况下的微束团不稳定性的增长率 Eq. (39)。该节末尾讨论了与 coasting beam 的微束团不稳定性增长率公式的关系。

- 创新点: 论文作者的系列工作有鲜明、一致的风格, 分析问题简明清晰。这篇论文创新点至少有二:
  1. 是早期提出在时域分析微波不稳定性或微束团不稳定性的工作, 思路值得借鉴。由于微波不稳定性在储存环中属于快不稳定性 (fast instability), 因此忽略了纵向振荡效应 (synchrotron motion)。这篇论文的 Sec. III.A 末尾处提到对于 coasting beam 与 bunched beam 分析问题时, 建议分别采用平面波  $e^{in\phi}$  与波包形式 (见论文 Fig. 2) 的基底<sup>17</sup>, 值得借鉴。在 Sec. IV 则进一步阐述波包形式的分析。
  2. 一般分析束团不稳定性时, 重点放在电子 (集体) 动力学。这篇论文后  $\frac{1}{3}$  篇幅给出了受到微波不稳定性影响的电子束发出的相干辐射的功率表示式, 在当时正酝酿着实现短波长自由电子激光 (free electron laser, FEL) 的氛围下, 或许这个工作正尝试“统一”束团集体不稳定性的分析与产生相干辐射机制的分析, 使其自洽于一个理论框架。

## 9.4 其它

仔细琢磨, 会发现这篇论文与 [1] 论文的分析非常类似。这篇论文中的  $I_n(t)$  是对  $\phi$  进行傅立叶级数展开之后的系数, 即 bunching factor  $b(k)$ 。Eq. (20) 的基本方程事实上是 [1] 论文中附录讨论的 Eq. (B5)。这篇论文中的 Eqs. (16)-(19) 过程是为了得到 Eq.

<sup>17</sup>作为一个基底, 要求满足正交性 (orthonormality) 与完备性 (completeness)。基底选择不是唯一, 但是形成的空间 (modulation space  $\mathcal{M}$ ) 是一样的。

(20)。区别在于，这篇论文对  $t$  采用的是傅立叶变换，而在 [1] 中对  $s$  采用的是拉普拉斯变换，即  $\Omega = -i\mu$ 。

## 参考文献

- [1] S. Heifets, G. Stupakov and S. Krinsky, Coherent synchrotron radiation instability in a bunch compressor, PRST-AB **5**, 064401 (2002), <https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevSTAB.5.064401>

## 10 亚皮秒时间尺度下利用相干 Smith-Purcell 辐射进行最小侵入性的束团长度测量 [PRAB 24-04]

### Coherent Smith-Purcell radiation for minimally invasive bunch length measurement at the subpicosecond time scale

#### 10.1 基本信息

- 分类: 束测
- 作者: Philipp Heil, Kurt Aulenbacher, Christoph Matejcek, Simon Friederich, Max Bruker, and Frank Fichtner (主要机构: University Mainz, 德国)
- 类型: 实验、数值模拟
- 链接: <https://doi.org/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.042803>

#### 10.2 摘要

本文设计了一种工具, 能够通过相干 Smith-Purcell 辐射 (Smith-Purcell radiation, SPR) 来进行最小侵入性的电子束团长度测量。这个技术已经成功应用在 Mainz 能量回收超导加速器 (Mainz Energy-recovering Superconducting Accelerator, MESA) 的测试装置上, 证明了其在电子束损失不到 0.6% 的情况下确定束团长度是可行的。在电子束电流高达 1 mA 的实时测量中, 通过调整纵向束团准备系统 (preparation system), 可以减小空间电荷效应对束团长度的影响。在 MESA 低能束流传输系统的典型工作模式下, 可以测到的 RMS 束团长度可达  $70 \mu\text{m}$ 。除束团长度测量外, 还展示了产生 SPR 的典型特点。

#### 10.3 贡献或创新点

- 贡献: 在加速器 MESA 的低能束流传输系统 MELBA (MESA low-energy beam apparatus) 中建立了一个测试装置来检查设备运行, 为了最小侵入性地测量束团纵向轮廓, 采用相干 SPR 的方式进行束团长度测量。同时在测试装置中还配备了纵向束团准备系统, 即使在大束流电流的情况下, 也能通过纵向束团准备系统减小空间电荷效应对束团长度的影响。纵向束团准备系统采用两个圆偏转 1.3 GHz 斩波腔系统和一、二次谐波聚束腔系统将 DC 电子束转化为短电子束。通过这种测量方法可以测到  $70 \pm 5 \mu\text{m}$  束团长度。

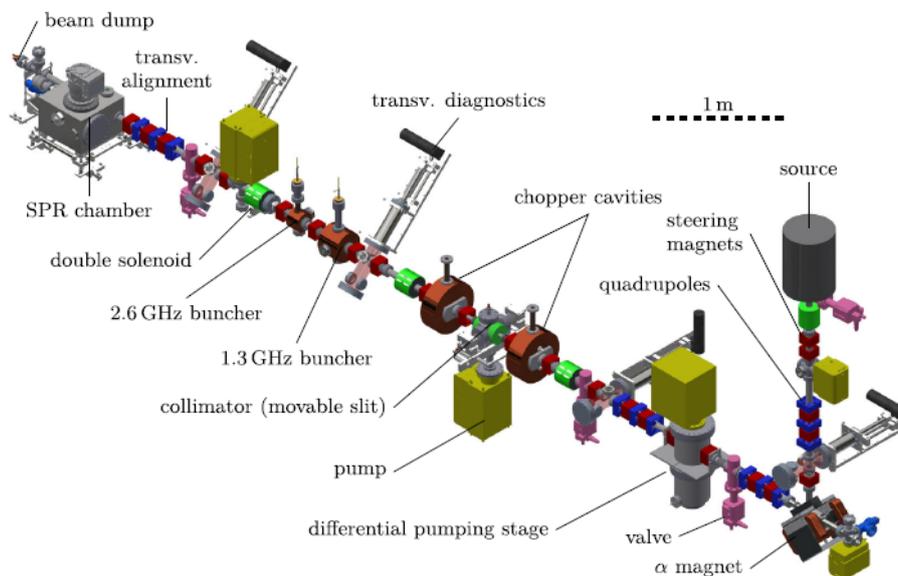


FIG. 3. Test apparatus for the injector of MESA. The DC electron beam from the source is chopped by two circularly deflecting rf cavities and an adjustable slit which cuts out a certain range of rf phases of the beam. Longitudinal compression is achieved with a system of two buncher cavities. Bunch length measurements are done in the SPR chamber. A quadrupole triplet including correction dipoles in front of the chamber provides transverse alignment of the beam.

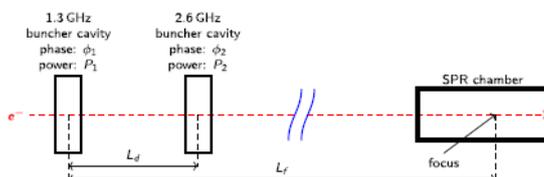


FIG. 4. Principle of longitudinal bunch compression using two cavities.

图 7: 这种双腔聚束系统基于 MAMI, 在此基础上进行了调整, 适用 MESA RF 频率。利用这两个聚束腔来实现线性速度压缩。采用两个聚束腔后, 注入器可以比单腔时利用更大比例的入射 DC 束流, 在自旋极化操作时优势更明显, 因为在有限阴极寿命期间可以提取更多的电荷。

上图提到的 MAMI 为 Mainz 回旋加速器 (Mainz Microtron) 简称, 是一个由 3.5 MeV 直线注入器与三个 racetrack microtrons 及联形成的 855 MeV 电子加速器。

- 创新点: 多个不同光栅周期的光栅安装在滚筒上, 简化了束流的横向对准问题。探测器位于一个固定位置。整个系统不需要安装规避潜在损耗和机械复杂的角度扫描 THz 光学器件, 就可以获得频域信息。

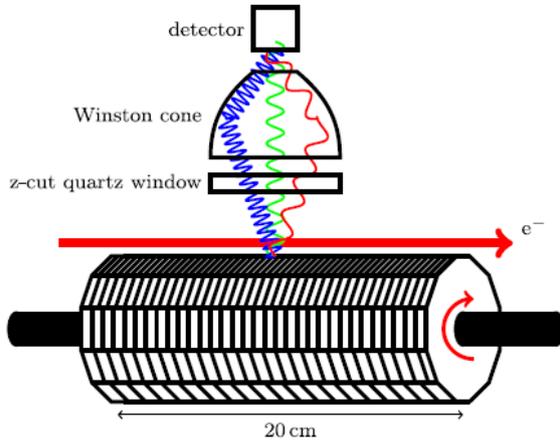


FIG. 5. Setup of the experiment. Multiple gratings can be placed next to the electron beam. The central observation angle is  $\eta = \zeta = 0^\circ$  with an angular spread of  $\pm 2.1^\circ$ . The generated THz radiation with a power of some pW to 30 nW is observed with a bolometer cooled down to 4.2 K.

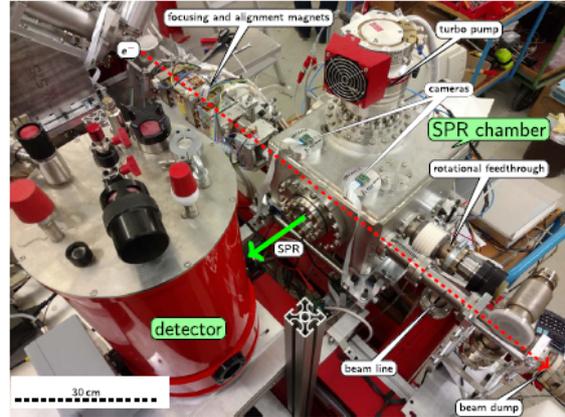


FIG. 7. Setup to detect SPR. The electron beam passes several magnets and is guided through the SPR chamber, in which the drum shown in Fig. 6 is mounted. The detector is placed directly in front of the vacuum window.

#### 10.4 其它

此方法测量束团长度的极限由光栅周期  $D$  决定, 如果  $\sigma_x \ll D$ , 即  $\sigma_x$  纵向束团长度, 相干辐射增强因子  $S_{\text{coh}}$  将饱和, 探测系统很难分辨束团长度的变化。

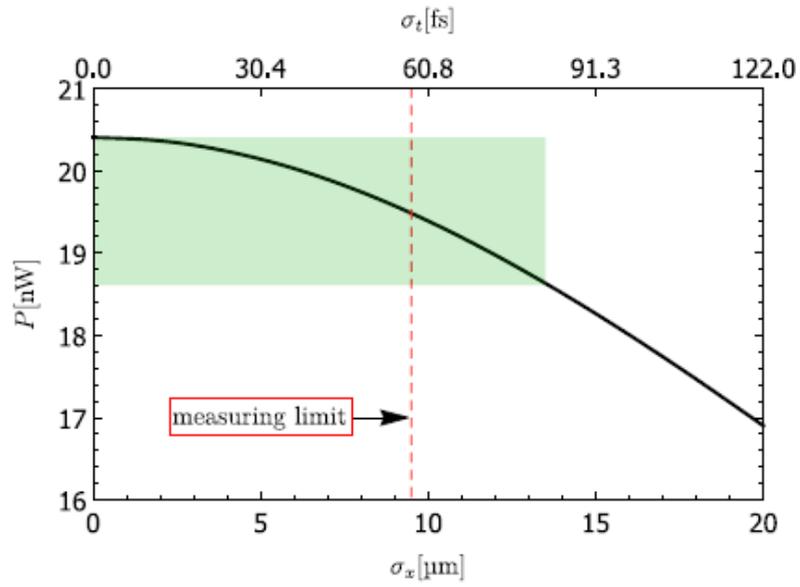


FIG. 16. Calculated SPR power for short bunch lengths at the smallest available grating period  $D = 0.75$  mm. At a bunch length of  $\sigma_x \lesssim 10 \mu\text{m}$ , changes in  $\sigma_x$  cannot be resolved by the detection system. The green box indicates the measuring accuracy of the detection system of  $\pm 4.4\%$ .

## 11 储存环逐束团三维位置和电荷量测量系统 [PRAB 24-03]

### Bunch-by-bunch three-dimensional position and charge measurement in a storage ring

#### 11.1 基本信息

- 分类: 束流控制、诊断与反馈
- 作者: Xingyi Xu, Yongbin Leng, Yimei Zhou, Bo Gao, Jian Chen and Shanshan Cao (主要机构: 中国科学院上海应用物理研究所)
- 类型: 实验
- 链接: <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.032802>

#### 11.2 摘要

上海光源 (Shanghai Synchrotron Radiation Facility, SSRF) 首次搭建了可以同步测量储存环逐束团三维位置和电荷量的高精度系统, 可以在每个束团每次通过束流位置监测器 (Beam Position Monitor, BPM) 的同时获取其电荷量和三维分布参数。测量系统采用了一套基于相关函数 (correlation function) 法和信号处理的方法, 利用纽扣型 BPM 拾取信号, 再用高采样宽带示波器直接采集其四路电极上的原始信号, 软件重采样 (software resampling) 进行预处理后, 根据四个采样点峰值信号的差比和公式计算逐束团横向位置, 采用匹配全部采样点的相关函数法获得纵向相位, 还测量了 SSRF 正常供光模式和注入瞬态过程的束团电荷分布及相位振荡。

此外, 还用主成分分析法 (Principal Component Analysis, PCA) 对该测量系统进行了分辨率评估。对应 600 pC 的束团, 电荷测量不确定度为 0.3%, 横向位置测量不确定度小于  $10 \mu\text{m}$ , 纵向相位测量不确定度小于 0.2 ps。未来该高精度逐束团测量系统可作为研究各种环形加速器注入动力学、尾场分析和能量损失等方向的有力工具。

#### 11.3 贡献或创新点

- 创新点: 本文首次将上海光源各独立逐束团参数测量系统合并, 首次搭建了逐束团三维位置和电荷量的高分辨率同步诊断系统。为此, 该团队采用最高带宽为 6 GHz 的高采样率示波器以及新的纵向相位测量方案—相关函数 (correlation function)

法，完成了对逐束团多参数的同步提取，弥补了国内外对逐束团同步测量的缺失，纵向相位测量精度比现有方法高了一到两个数量级 (600 pC 下 0.2 ps)。

- 贡献：该设计采用了基于高带宽高采样率示波器的同步测量方案，其一大优势是高采样率允许测量更多信号的同时模拟带宽高可大大降低束团间串扰，减小测量误差。该团队还分析了储存环正常工作模式和注入瞬态过程的实验结果，并评估了系统测量不确定度的性能，该高精度系统基础上可应用于尾场测量、注入过程计算等多领域，未来还可引入机器学习进行数据处理的优化。

#### 11.4 实验方案示意图及主要方法

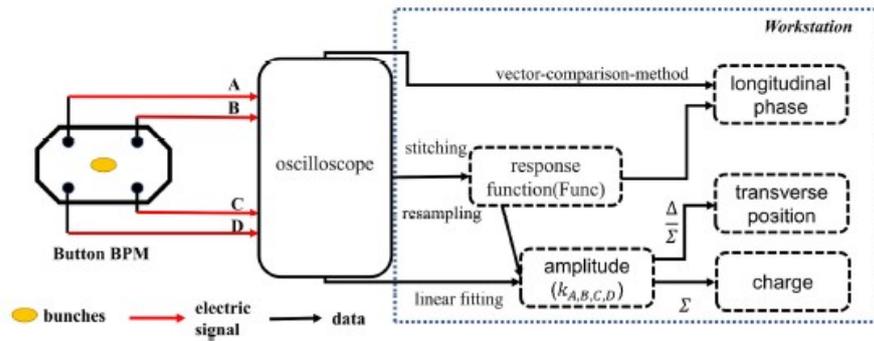


FIG. 7. Measurement scheme and algorithm flow. The oscilloscope direct samples the signal from the BPMs electrodes and fetches the original waveforms over 7000 turns and more than 500 bunches for once. Data processing based on Numba and Python is done in a workstation.

**纵向相位测量：**根据示波器采样的全部数据点的过零点位置，经过软件重采样 (re-sampling) 后可获取每个束团的初始相位 ( $\varphi_{t_0}$ )，每个束团的响应函数拼接成光滑的群响应函数从而构建“匹配查找”表 (Lookup Table, LUT)，通过模式匹配找到相关性最高的数据即最佳匹配相位 ( $\varphi_c$ )，该方法被称为基于相关系数的向量匹配法 (vector matching method)，简称相关函数法。此外，每个束团相对于第一个束团响应函数的相位差被称之为平衡相位 ( $\varphi_r$ )。三者叠加可视为逐束团的最终纵向相位 [Eq. (9)]

$$\varphi_l = \varphi_{t_0} + \varphi_r + \varphi_c$$

**横向位置和电荷测量：**用差比和法归一化示波器采集的四路电极信号，获得信号的峰值点后可计算横向位置和电荷量 [Eq. (18)]

$$x = k_x \cdot \frac{k_A - k_B - k_C + k_D}{k_A + k_B + k_C + k_D}$$

$$y = k_y \cdot \frac{k_A + k_B - k_C - k_D}{k_A + k_B + k_C + k_D}$$

$$Q = k_q \cdot (k_A - k_B - k_C + k_D)$$

其中,  $k_x$  和  $k_y$  和  $k_q$  为与探头相关的常数,  $k_A, k_B, k_C, k_D$  为电极信号。

测量不确定度评估: 利用 PCA 的奇异值分解法 (Singular Value Decomposition, SVD) 解耦位置信号与随机噪声, 不同奇异值数据矩阵代表主振荡信号或随机噪声, 计算各分离后的矩阵标准差可得到束流横向位置、纵向位置的测量分辨率误差。逐束团电荷不确定度采用均方根求差法。

## 12 纵向朗道阻尼消失的阈值研究 [PRAB 24-01]

### Thresholds for loss of Landau damping in longitudinal plane

#### 12.1 基本信息

- 分类：强子集体束流动力学
- 作者：Ivan Karpov, Theodoros Argyropoulos, and Elena Shaposhnikova (主要机构：CERN)
- 类型：理论、数值模拟、实验
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.011002>

#### 12.2 摘要

由于缺乏同步辐射阻尼机制，朗道阻尼 (Landau damping) 在单束团强子加速器 (如大强子对撞机 LHC、high-luminosity LHC 等) 的稳定性运行中扮演至关重要的角色。这篇论文利用 Lebedev 矩阵方程与 van Kampen 模式的概念分析朗道阻尼效应消失 (loss of Landau damping, LLD) 时相关物理量的阈值。分析发现，当束团的能量分布为 binomial 形态时，对于常数型电感阻抗 (即， $\text{Im}Z/k = \text{定值}$ )，在 above transition 情况下，不会发生 LLD 的情况。对于短束团、单一 RF 系统的特定情况下，可以写出发生 LLD 时的束流阈值强度  $N_{p,\text{th}}$  [见 Eq. (51)]。解析结果与数值求解 Lebedev 矩阵方程、经典的 Oide-Yokoya 方法、粒子跟踪模拟及部分在 LHC 上的实验结果比较。另外，还讨论了 LLD 阈值强度与束团能量分布形态的关系。

#### 12.3 贡献或创新点

- 贡献：由于强子加速器没有同步辐射效应，因此，其它能够提供抑制集体不稳定机制的朗道阻尼效应就显得格外重要。束团本身有限束长经过 RF 腔时将引起非零能散，这个能散所导致的纵向同步运动振荡频率分散 (synchrotron frequency spread, 注意，不是 synchrotron frequency) 就是一个能提供朗道阻尼效应的来源。更精确地说，束团经过 RF 腔时还会引起一些尾场，该尾场是一种扰动源，自然也会改变一点纵向同步运动振荡频率。因此，通过调变束团能散，就能一定程度调变朗道阻尼效应。一些典型的方案有改变 RF bucket 形状、引入高次谐波 RF 系统等“被动”方案，或是安装反馈系统 (feedback system) 等“主动”方案。现在我们知道的

是，当集体振荡模式对应的频率如果不在 synchrotron frequency spread 覆盖范围内，那么，即使存在 synchrotron frequency spread 对抑制该不稳定性也无济于事。此时称为 LLD。此时也许可以通过引入更宽频带的反馈系统或是合适的高次谐波 RF 系统尝试抑制不稳定性。

这篇论文采用的方法基于 Lebedev 分析，给出了一般形式的 Lebedev 矩阵方程 [Eq. (33)]，为这个工作的一个重要贡献。这篇论文的另一贡献是给出了一个实用的简化公式，适用于短束团、单一 RF 系统、常数型电感阻抗 (即,  $\text{Im}Z/k = \text{定值}$ ) 的特定情况下，可以写出发生 LLD 时的束流阈值强度  $N_{p,\text{th}}$  [见 Eq. (51)]。在低束流强度情况下，所有的 van Kampen 模式形成一个连续谱，此时集体运动没有显现；当超过束流阈值强度时，(一部分) 离散的 van Kampen 模式  $C_m(\mathcal{E}, \Omega)$  形成，此时朗道阻尼消失 (LLD)。

对于一般形式的阻抗，可以通过定义如下的有效阻抗代人 Eq. (50) 当作粗略估算

$$\left(\frac{\text{Im} Z}{k}\right)_{\text{eff}} = \frac{\sum_{k=-k_{\text{eff}}}^{k_{\text{eff}}} G_{kk} \left(\frac{\text{Im} Z_k}{k}\right)}{\sum_{k=-k_{\text{eff}}}^{k_{\text{eff}}} G_{kk}}$$

对于具有以 RLC 形式的  $Q = 1$  BBR (broadband resonator) 阻抗，结合以上等效阻抗定义得到的解析公式 Eq. (55) 与基于 Lebedev 与 Oide-Yokoya 计算结果一致 [Figs. 6, 7]。

这个公式随后与数值求解 Lebedev 矩阵方程、经典的 Oide-Yokoya 方法比较。这两种半解析求解方法在 MELODY 程序中实现，代码可以在作者的 Github 网页中获得(见 Ref. [30])。MELODY 为 Matrix Equations for LOngitudinal DYnamics calculations。这个程序求解 Lebedev 矩阵方程对应的行列式方程式 Eq. (36)，即求解在不同束流电流  $N_p$  时，能满足  $D(\Omega, \zeta) = 0$  时的  $\zeta = \zeta_{\text{th}}$  或对应的  $N_{p,\text{th}}$ 。该程序求解 Oide-Yokoya 矩阵方程 Eq.(42) 时，即求在不同  $N_p$  时，该矩阵方程对应的特征值  $\frac{\max(\Omega_{1n}) - \hat{\omega}_s}{\omega_{s0}}$ ，其中以  $\max(\Omega_{1n}) - \hat{\omega}_s$  最大特征值频率与最大的 incoherent synchrotron frequency 的差作为判断不稳定性发生的条件。这两个方法求解过程的结果可参考下图。

此外，还与粒子跟踪模拟程序 BLongD<sup>18</sup> (可以在 Ref. [25] 提供的链接中获得) 及部分在 LHC 上的实验结果比较。粒子跟踪模拟一般在给定足够多的 (宏) 粒子后，

---

<sup>18</sup>Beam Longitudinal Dynamics code

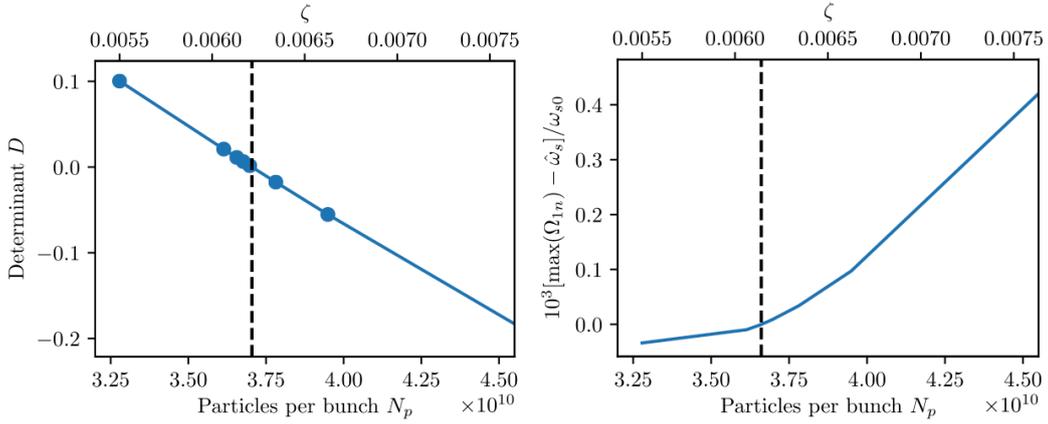


FIG. 2. Examples of the LLD threshold evaluation (shown by a vertical dashed line) in MELODY using the Lebedev equation (left) and Oide-Yokoya method (right) for  $\eta > 0$ ,  $\text{Im}Z/k = 0.07 \Omega$ ,  $f_c = 4 \text{ GHz}$ ,  $V_0 = 6 \text{ MV}$ ,  $\mu = 2$ , and zero-intensity  $\tau_{4\sigma} = 0.82 \text{ ns}$ .

跟踪约  $10^6$  圈，每圈跟踪时的纵向相空间束团分布函数需要通过 RF bucket 切片 (切片数不能太少，否则衡量尾场时分辨率不够；也不能太多，否则数值噪声太大)，确保记录到的纵向质心 (diople) 运动的傅立叶变换，即 synchrotron frequency  $\omega_s(\mathcal{E})$ ，其分辨率足够之后，扫描不同电流强度  $N_p$ ，画出如下的  $\omega_s$  与  $N_p$  的关系。可以看到，当 LLD 发生时，出现的一条“尾巴”(左图) 或“两 (多) 条”尾巴 (右图) 即离散的 van Kampen 模。每个离散的 van Kampen 模有对应的 LLD 阈值。

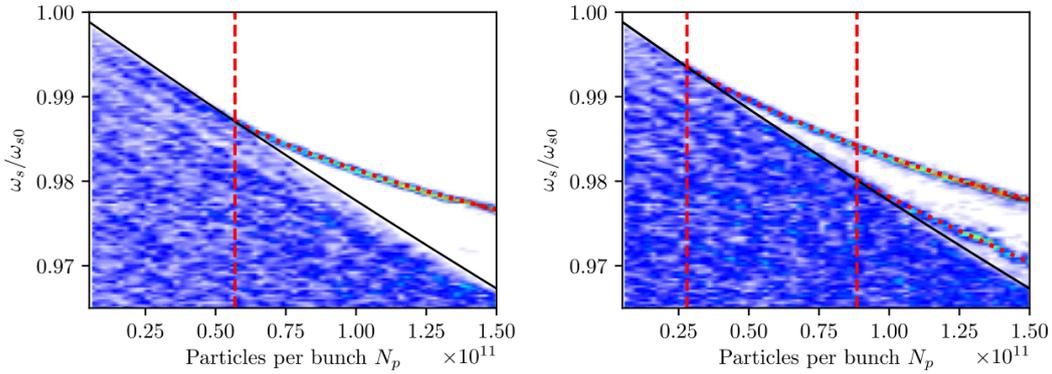


FIG. 8. The real part of the normalized mode frequency found from macroparticle simulations using BLOND (colors) and from MELODY (red dotted line) as a function of bunch intensity for a broadband resonator impedance with  $\text{Im}Z/k = 0.07 \Omega$ ,  $Q = 1$ ,  $f_r = 4 \text{ GHz}$  (left) and  $f_r = 8 \text{ GHz}$  (right). The maximum incoherent frequency obtained from MELODY is shown with black solid line. The dashed red lines indicate the LLD intensity thresholds. Calculations done for  $\eta > 0$ ,  $V_0 = 6 \text{ MV}$ ,  $\mu = 2$ , zero-intensity  $\tau_{4\sigma} = 0.82 \text{ ns}$ , and  $m \leq 5$ .

- 创新点：目前来说，世界上许多大型强子加速器 (如 Fermilab 的 Tevatron、BNL 的 RHIC、CERN 的 SPS、LHC 等) 关于单束团多圈 (single-bunch multi-turn) 集体不稳定性研究，特别是在即将发生该不稳定性时的束流强度阈值的定性结论仍有分歧。比如，在 LHC 运行时，实验上发现当发生 LLD 时的束流阈值低于理论预测值的四倍。以往按 Sacherer 分析方法得到的结果，其适用性有所局限，仅在 coasting beam 或极低频阻抗时适用。

这篇论文采用的方法基于 Lebedev 分析，先是按照标准的 Vlasov 方法，利用微扰展开，得到 Eq. (21) 具有一般形式的线性化 Vlasov 方程。接着，在 Sec. III.A 通过对纵向运动的局域束团坐标  $\psi$  与全局坐标  $t$  分别做傅立叶变换为  $m$  与  $\Omega$ ，其中， $\Omega \in \mathbb{C}$  为系统 (不) 稳定性分析的主角。经过推导，得到一般形式的 Lebedev 矩阵方程，为 Eq. (33)，其中，核心矩阵  $G_{pk}$  为 Eq. (35)。这个结果是这篇论文理论部分的创新点之一。这篇论文同时回顾了 Oide-Yokoya 法，得到的结果也是一矩阵方程，为 Eqs. (42, 43)。另外，这篇论文的 Fig. 8 清楚展示了在发生 LLD 时的离散 van Kampen 模。

分析发现，当束团的能量分布为 binomial 形态时，对于下面两种情况，不存在发生 LLD 的情况 (即，恒有朗道阻尼效应)

1. 常数型电感阻抗 (即， $\text{Im}Z/k = \text{定值}$ )，above transition;
2. 纯电容阻抗 (即，空间电荷效应)，below transition。

这个结论与过去认知不同，原因在于过去按粒子跟踪模拟或是基于 Oide-Yokoya 矩阵方程求解的情况，总是不可避免的在某一 (高) 频率时必须截切阻抗以进行数值计算。当然，由于真实世界存在 beam pipe，对应的 cutoff 频率即类似这种截切情况。

## 12.4 其它

为何不说研究不稳定性阈值 (instability threshold)，而特地说是研究 LLD (loss of Landau damping) 呢？因为低于或高于 LLD 未必就一定导致集体不稳定性发生，对束团运动的影响也与单纯的超过 instability threshold 时的影响不全相同。但是，弄清楚发生 LLD 机理将有助于理清接下来当束流强度远高于 LLD 阈值时可能发生的集体不稳定性。

关于强子储存环加速器中的单束团不稳定性分析，除了这篇论文利用的 Lebedev 方法之外，经典方法有 Sacherer (论文文献里的 Refs. [9,13])、Hofmann 与 Pedersen (论文文献里的 Ref. [15])、Chin-Satoh-Yokoya 的 van Kampen 法 (论文文献里的 Refs. [19])、Oide-Yokoya 法 (论文文献里的 Refs. [20])、Burov 结合 Oide-Yokoya 与 van Kampen 法 (论文文献里的 Refs. [23, 24]) 等。

这篇论文给出两个有用的化简公式 Eqs. (44, 45)，在此注记

$$\det[e^{\epsilon X}] = e^{\text{ctr}(X)}$$

$$\det(I + \epsilon X) \approx 1 + \text{ctr}(X)$$

其中,  $X$  为任意方阵,  $\epsilon \ll 1$ 。另外, 行列式值  $\det$ , 迹  $\text{tr}$ , 与  $\frac{d}{dt}$  间可以通过 Jacobi's formula 关联, 见 G. Stupakov and G. Penn 一书 §3.5。