

加速器束流动力学期刊论文导读 (2021 年 12 月)

受“京师物理”公众号启发，我们几个同好便萌生将加速器领域的代表性期刊 Physical Review Accelerators and Beams (PRAB) 里的论文进行导读。主要 (但不限于) 导读材料选自 PRAB 近期上线的期刊，与部分美国物理学会 (American Physical Society, APS) 旗下的其它期刊或过去 PRST-AB、Elsevier 的核物理与技术 Nuclear Instruments and Methods (NIM) 期刊等可能涉及加速器方面的论文。与超快电子衍射成像动力学相关的论文则不在此限。

预期论文导读将于每个月初收集后发布。限于成员水平，导读仍许多地方有待改进 (正)。任何关于导读内容的指正、建议、意见都欢迎提出、交流，我们期待从交流讨论中激发的可能研究课题。

本期 (2021 年 12 月) 导读成员负责结果统计如下表

成员姓名	导读列表	联系方式
蔡承颖	[1]、[2]、[3]、[4]、[5]、[6]、[7]、[8]、[9]、[10]	jcytsai@hust.edu.cn

目录

1	基于 X-频段电子射频储存环稳态微聚束方案的相干太赫兹辐射 [PRST-AB 14-11] Terahertz coherent radiation from steady-state microbunching in storage rings with X-band radio-frequency system	3
2	预聚束驱动高增益康普顿自由电子激光理论 [Phys. Plasmas 7] High-gain Compton free electron laser driven by pre-bunched electrons	7
3	离散辐射源的自由电子激光的暂态分析 [PRE 59] Transient analysis of free-electron lasers with discrete radiators	9
4	高增益自由电子激光中电荷密度梯度效应分析 [NIMA 445] Effects of bunch density gradient in high-gain free-electron lasers	11
5	论经典谐振子的普遍性与求解微扰系统自然频率的一般方程 [AJP 89] On the ubiquity of classical harmonic oscillators and a universal equation for the natural frequency of a perturbed system	13
6	储存环自由电子激光的饱和与电子束寿命 [PRE 69] Saturation and electron-beam lifetime in a storage ring free-electron laser	15
7	储存环自由电子激光与自洽谐波产生机制 [JAP 83] Storage-ring free-electron lasers and self-consistent harmonic generation	18
8	光阴极时域整形与扭摆器自压缩引致的增强自放大自发辐射的验证实验 [NJP 22] Experimental demonstration of enhanced self-amplified spontaneous emission by photocathode temporal shaping and self-compression in a magnetic wiggler	20
9	基于光学速调管效应的高重频种子自由电子激光高增益谐波产生 [PRAB 24-12] High repetition rate seeded free electron laser with an optical klystron in high-gain harmonic generation	24
10	利用 Lienard-Wiechert 场分析自放大自发辐射自由电子激光过程 [Phys. Plasmas 19] Analysis of self-amplified spontaneous emission free-electron laser using Lienard-Wiechert fields	30

1 基于 X-频段电子射频储存环稳态微聚束方案的相干太赫兹辐射 [PRST-AB 14-11]

Terahertz coherent radiation from steady-state microbunching in storage rings with X-band radio-frequency system

1.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Yi Jiao, Daniel F. Ratner, and Alexander W. Chao (主要机构：SLAC)
- 类型：机器学习
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.14.110702>

1.2 摘要

稳态微聚束 (steady-state microbunching, SSMB) 机制在 2011 年由 D. Ratner 与 A.W. Chao 提出，利用调整激光产生电子微束团串，从而产生自亚毫米至极紫外波长的相干辐射。这篇论文利用哈密顿量与 Jacobi 矩阵分析 SSMB 中的电子动力学，将先前提出的方案视为相空间中操作在 period-1 固定点模式。这篇论文接着提出 period-2 固定点操作模式，能够允许更短电子束长并产生更高次谐波辐射。以 SPEAR3 作为分析例子，借助于 X-频段¹射频加速腔，考虑将 period-2 固定点操作模式用于产生太赫兹辐射。这种模式与理想上 SSMB 借助于激光调制器不太一样。这篇论文考虑了射频腔的一些实际效益的影响，包含系统误差、束流寿命、集体效应、输出功率的计算等。与传统的低动量压缩因子 (low-momentum-compactness) 模式，此 SSMB 机制允许更高的束团电流、更大的群聚因子，因此辐射功率至少高了一个数量级。

1.3 贡献或创新点

- 贡献：Period-1 表示电子单圈运行回到储存环同一个位置时，由于自身能量偏差与 R_{56} 导致的滑移距离恰好为一个射频腔或调制激光的波长。类似地，period-2 表示电子两圈运行回到储存环同一个位置时，由于自身能量偏差与积累的 R_{56} 导致的滑移距离恰好为一个射频腔或调制激光的波长。

¹按定义，X 频段约在 7 ~ 11.2 GHz。相较于更常见的 S 频段，约在 2 ~ 4 GHz。

对于调制波长 λ_{mod} 情况下，可以产生的最高次谐波 H 由电子束团长度决定，有 $2\sqrt{2\ln 2}\sigma_z < \lambda_{\text{mod}}/H$ ，其中，假设纵向束团分布为高斯分布。接着，这篇论文进一步将“电子束团长度”推广到在相空间“stable island”长度。由此，SSMB 能够产生的最高次谐波则由 stable island length 决定。

考虑储存环中仅有单个调制器，这篇论文 Section II.A 给出构建 Hamiltonian 的描述 [Eq. (2.4)]。关于此 Hamiltonian 在不同 K 情况下的相空间结构，参考该论文 Fig. 3 或下图。可以看到，当 $|K| \geq 4$ 时，将出现 period-2 stable island，比起 period-1, island length 更短，因此，能够导致更高次谐波产生。此时的电子相空间分布在 z 上的投影形成两个峰，个别长度短于单一束团长度。

这篇论文 Section II.B 给出构建的 Hamiltonian 的一些相空间特性，如 synchrotron tune [Eqs. (2.11,2.18)]。在 Hamiltonian 对应的映射 (map) 附近一阶展开，构建对应的 Jacobi matrix，则可以得到振荡频率。Section II.C 接着给出两种情况下的相空间 resonance island 特性，包含 island area S 与 island length R ：

- ▶ $3 < K < 4$ 时的 integer resonance island [Eqs. (2.26,2.27)]
- ▶ $4 < K < 2\pi$ 时的 two split smaller resonance island [Eqs. (2.29,2.35)]

关于解析结果与数值计算结果的比较，参考该论文 Table I。

- 创新点：产生更高次谐波辐射需要电子束被更大振幅调制与滑移。基于电子相空间 phase space bucket 底部附近的线性分析不再适用，因此，这篇论文采哈密顿量与 Jacobi 矩阵分析 SSMB 中的电子动力学。

通过这篇论文研究发现，当 (归一化) 调制深度 $|K| \geq 4$ 时，period-1 将变得不稳定；但是，此时出现 period-2 模式，并且保持稳定。因此，这篇论文提出利用 period-2 模式产生相干辐射源。这篇论文还给出一系列基于 period-2 模式的方案可行性讨论，包含在 SPEAR3 储存环参数基础上，应用 X-频段的射频加速腔、考虑同步辐射阻尼、量子激发、各种集体效应等。

1.4 其它

以 SPEAR3 储存环参数为基础，考虑利用 X-频段调制器形成 SSMB，产生 THz 相干辐射。Section III 模拟结果显示，此方案对调制振幅抖动有较高容忍度，但是对调制相位抖动对忍受则较低，即， R_{56} 的微小差异将导致高次谐波波长改变。可以通过在调制器与辐射器之间加一个类似 chicane 能够调变 R_{56} 的部件。另外，受高阶非线性项 T_{566} 的影响不是太明显。

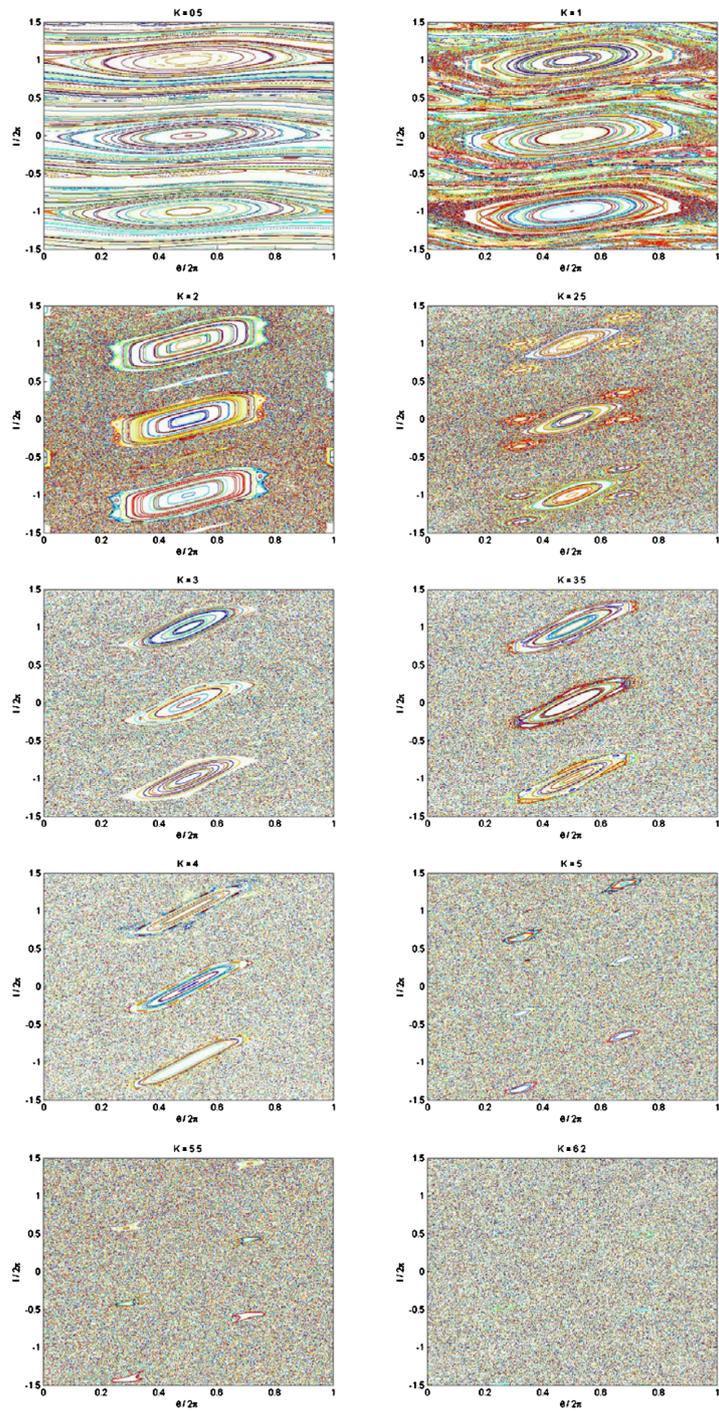


FIG. 3. The motions described by Eq. (2.3) in phase space with $K = 0.5, 1, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 5, 5.5,$ and $6.2,$ and with observation point at the entrance of the modulation (OP1 in Fig. 2).

这里的分析假设在储存环上, R_{56} 沿着 s 单调增加。当储存环磁聚焦结构给定之后, R_{56} 将随着不同部件改变。两者之间导致的差异不在这篇论文讨论范围。

通过讨论储存环中微束团或微波不稳定性的阈值条件 $N_{\text{th}} \propto \alpha^{1/2}$, 这篇论文在 Section III.B 比较了产生同样电子束团长度的两种操作模式: SSMB 与 low- α 模式。对于后者, 由于没有 X-频段调制器, 限制的单束团电流比 SSMB 低了近 10 倍 (50 \rightarrow 10 由于考虑了 X-频段调制器尾场)。

这篇论文理论与数值计算分析表明, 在 SPEAR3 储存环参数基础上, 实现基于 X-频段电子射频储存环稳态微聚束方案的相干太赫兹辐射的“原理验证”实验 (proof-of-principle experiment) 似乎没有硬件上的困难。

2 预聚束驱动高增益康普顿自由电子激光理论 [Phys. Plasmas 7] High-gain Compton free electron laser driven by pre-bunched electrons

2.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：I.V. Konoplev and A.D.R. Phelps (Strathclyde University)
- 类型：理论
- 链接：<https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.1289686>

2.2 摘要

这篇论文利用单粒子相空间模型，讨论射频 (radiofrequency, RF) 长波长、预聚束驱动的高增益康普顿自由电子激光 (free electron laser, FEL) 过程。利用具普遍性 (universal)、定标 (scaled) 集体变量，找到在单粒子模型下预聚束驱动高增益康普顿自由电子激光的近似优化参数。这篇论文用了一种新的、迭代的描述高增益自由电子激光动力学的方式，在振荡器操作模式下，包含初始辐射场振幅、输出场振幅、初始调变 (detuning) 参数等。另外，也给出电子束与辐射场自洽运动方程，包含单束团或多束团情况、 $(2N_e + 1)$ 或三个、四个集体变量表示的近似方程。

2.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文采用一种新的分析高增益自由电子激光机制的方法，基于代数方式迭代，收敛至固定点 (fixed point) 的动力学描述方式。利用这个图像，考虑 $n' = 1$ (忽略可能的电子束吸收辐射能量的效应) 与 $n' < 1$ (考虑可能的辐射衰减)，通过对固定点分析，解释了自由电子激光操作在振荡器模式下的可能结果。
- 贡献：这篇论文分析从构建 FEL 的哈密顿量开始，先将相关辐射场变量转化为 n' 与 n 。利用系统的两个不变量 (constants of motion)，一个作为调变参数 (detuning parameter) Δ [Eq. (2)]，另一个作为形成辐射场逐圈演化的关系式 [Eq. (5)]。后者进一步考虑在临界、分叉 (bifurcation) 情况下，电子束相位²[Fig. 2] 与场的关

²分叉条件的两侧在物理上分别对应电子在 phase space separatrix 的两侧。

系，如下式

$$p_0^3 + 3bp_0 + 2c = 0$$

其中， $b = \Delta/[3(n^2 + n'^2)]$ 、 $c = -1/[2(n^2 + n'^2)(n - n')]$ 。

通过找到上式在临界、分叉情况下的固定点，其动力学过程关联一迭代关系，如下图所示。通过对固定点分析，解释了自由电子激光操作在振荡器模式下的可能结果。

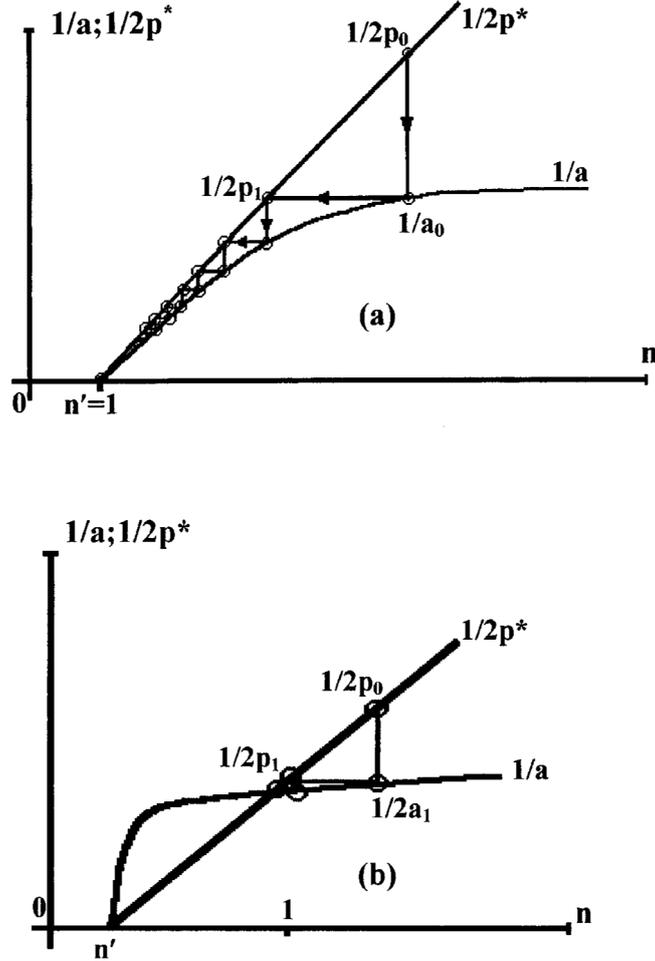


FIG. 5. Schematic diagram showing the consecutive field evolution at the output end of the interaction space in the FEL (Fig. 1) driven by ideally pre-bunched electron beam when (a) $\partial\sigma/\partial\xi|_{\xi=0}=0$, $\sigma_0=0$, $n'=1$, $\Delta = \Delta^*(n, n)$; (b) $\partial\sigma/\partial\xi|_{\xi=0}=0$, $\sigma_0=0$, $n' < 1$, $\Delta = \Delta^*(n, n')$.

这篇论文第二部分进一步将分析以一个更实际的、自由电子激光振荡器操作模式为例，分析单束团逐圈驱动与多束团驱动的动力学。同时，给出电子束与辐射场自洽运动方程 [Eq. (12)] 与集体变量表示的近似方程 [Eq. (18, 19)]。

日期: 2021/12/5

3 离散辐射源的自由电子激光的暂态分析 [PRE 59]

Transient analysis of free-electron lasers with discrete radiators

3.1 基本信息

- 分类: 同步辐射与自由电子激光
- 作者: S. Krinsky (BNL)
- 类型: 机器学习
- 链接: <https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.59.1171>

3.2 摘要

这篇论文分析在自由电子激光过程达饱和前的线性区间情况下, 经典一维自由电子激光方程的解, 其中保留了电子束纵向分布的离散性。在电子束作为连续介质的极限情况下, 能够得到王军明与余理华先前得到的格林函数的结果。对于有限束团长度情况下, 这篇论文讨论了非相干 (incoherent) 与相干 (coherent) 自放大自发辐射 (self-amplified spontaneous emission, SASE)。另外, 还讨论了当束团长度远短于辐射波长时的自由电子激光辐射过程。

3.3 贡献或创新点

- 创新点: 这篇论文从时域讨论了自由电子激光的暂态分析, 另外, 分析过程将电子束作为离散独立的辐射源, 在得到解之后, 才将电子束作为一连续流体成为一个解的特例结果。以往论文只分析非相干情况的自放大自发辐射, 这篇论文对于在束团为有限长度情况下, 同时分析了非相干与相干自放大自发辐射。最后, 这篇论文还讨论了保留辐射电场的共轭项的结果 E^* , 说明当束团长度远短于辐射波长时, 这一项将起到一定作用 [Eqs. (B21, B22)]。
- 贡献: 这篇论文的 Section II 作为回顾, 先推导高增益 FEL 的三维方程; 在 Section III 则讨论作为一维简化的情况与一维模型成立的假设。从 Section IV 开始可以视为这篇论文的“重头戏”。首先, 假设电子束坐标 $\zeta_j(\tau)$ 满足线性近似 [Eq. (4.1)], 先得到一维场方程 Eq. (4.6)。然后, 如果考虑的电子束长度远大于辐射波长, 则 E^* 项³可以忽略, 而有 Eq. (4.9)。求解利用拉普拉斯变换, 将 global undulator coordi-

³对应于往后传递 (slip backward) 的慢波 (slow wave)。

nate τ 转换成 s , 且 $E(\tau, \zeta) \rightarrow F(s, \zeta)$, 有 Eq. (4.12)。进一步再将 $F(s, \zeta) \rightarrow f(s, \zeta)$ [Eq. (4.16)], 得到的 Eq. (4.17) 已经足够简化而可以求解 $f(s, \zeta)$ [Eq. (4.25)]。接着, 一步步转换回到 $E(\tau, \zeta)$, 最终有 Eq. (4.28)。

Section V 则是考虑 Eq. (4.28) 的解在将电子束视为连续流体情况下, 得到的解王军明与余理华的格林函数解 [1] 一样。

接着, 在 Section VI 则分析了基于前面解的辐射场特性, 包含有限束团长度的非相干 Γ_{inc} 与相干 Γ_{coh} 自放大自发辐射。对于均匀分布的有限长度束团 $\bar{\zeta}_B = 2$, 其解的形式如下图所示。注意到, 虽然图中的相干自放大自发辐射数值较小, 但是由 Eq. (6.10) 可以知道, Γ_{coh} 前方跟着 N_{eq}^2 , 而 Γ_{inc} 仅有 N_{eq} 。此外, 两者导致的辐射场分布也不太一样。

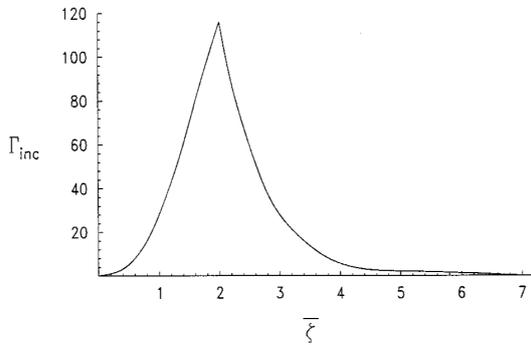


FIG. 1. We plot $\Gamma_{\text{inc}}(\bar{\tau}, \bar{\zeta}; \bar{\zeta}_B)$ against $\bar{\zeta}$, for $\bar{\tau}=5$ and $\bar{\zeta}_B=2$. The integral under the curve is 163. The scaled quantities plotted are dimensionless.

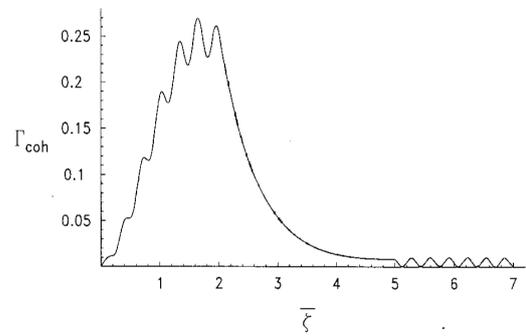


FIG. 2. We plot $\Gamma_{\text{coh}}(\bar{\tau}, \bar{\zeta}; \bar{\zeta}_B, \rho)$ against $\bar{\zeta}$, for $\bar{\tau}=5$, $\bar{\zeta}_B=2$, and $\rho = \frac{1}{40}$. The integral under the curve is 0.45. The scaled quantities plotted are dimensionless.

参考文献

- [1] J. M. Wang and L. H. Yu, A transient analysis of a bunched beam free electron laser, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 250, 484 (1986). <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0168900286909289>

4 高增益自由电子激光中电荷密度梯度效应分析 [NIMA 445]

Effects of bunch density gradient in high-gain free-electron lasers

4.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Z. Huang and K.-J. Kim (ANL)
- 类型：理论、数值计算
- 链接：<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900200001224>

4.2 摘要

这篇论文分析高增益自由电子激光中当电子束电荷密度不是均匀，而呈现梯度分布时的效应，包含产生相干自发辐射 (coherent spontaneous emission, CSE) 过程。在指数增长阶段的分析求解 Maxwell-Vlasov 方程组，并将既有基于均匀束 (coasting beam) 线性理论扩展到有限长度、有限能散的聚束电子束 (bunched beam)。最后，这篇论文还利用时变、非线性粒子跟踪模拟研究了直到饱和时，具有电荷密度梯度的高增益自由电子激光过程。

4.3 贡献或创新点

- 贡献：这篇论文讨论高增益自由电子激光中当电子束电荷密度不是均匀时可能衍生的效应。过去一些工作考虑了简单、特定的电荷密度分布形态。这篇论文给出的分析适用于一般任意分布。衍生的效应有相干自发辐射 (CSE) 等。

分析从 Maxwell 与 Vlasov 方程开始，采微扰法 $F = F_0 + F_1, F_1 \ll F_0$ ，电子束分布保留可能的纵向分布形式 $\chi(\theta)$ ，有

$$F_0(\theta, \eta, z) = \chi(\theta - 2k_w \eta z) V(\eta)$$

$$F_1(\theta, \eta, z) = \Delta F_0 + \kappa_2 \frac{\partial F_0}{\partial \eta} \int_0^z A(\theta_0, s) e^{i\theta_0} ds$$

将以上关系代回 Maxwell 场方程，能够得到一阶情况下场 A 的自洽解，可以写成

$$A(\theta, z) = \frac{\kappa_1 k_f}{k_w} \sum_j^{\theta_j < \theta} e^{-i\theta_j} G(\theta, \theta_j, z)$$

其中，每个满足辐射条件的电子对应的格林函数为

$$G(\theta, \theta_j, z) = \int \frac{d\lambda}{2\pi i} e^{2i\lambda[k_w z - (\theta - \theta_j)]} \int d\eta \frac{V(\eta)}{\lambda - \eta} e^{-2i\rho^3 \left(\int d\eta \frac{V'(\eta)}{\lambda - \eta} \right)} \left(\int_{\theta_j}^{\theta} \chi(\theta') d\theta' \right)$$

得到场的解之后，就能够辐射特性，如：辐射强度可以写成

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2c\mu_0} \langle A(\theta, z) A^*(\theta, z) \rangle \\ &= \frac{\kappa_1^2 k_f n_0}{2c\mu_0 k_w^2} \left[\int_{\theta - k_w z}^{\theta} \chi(\theta') |G(\theta, \theta', z)|^2 d\theta' + \frac{n_0 \lambda_r}{2\pi} \left| \int_{\theta - k_w z}^{\theta} e^{-i\theta'} \chi(\theta') G(\theta, \theta', z) d\theta' \right|^2 \right] \end{aligned}$$

其中，上式第二行等式右边第一项为 incoherent SASE emission，由电子束本身噪声引致；第二项为 coherent SASE emission，由 CSE 引致。

5 论经典谐振子的普遍性与求解微扰系统自然频率的一般方程 [AJP 89]

On the ubiquity of classical harmonic oscillators and a universal equation for the natural frequency of a perturbed system

5.1 基本信息

- 分类：其它
- 作者：J. J. Bissell (University of York)
- 类型：理论、教学论文
- 链接：<https://aapt.scitation.org/doi/10.1119/10.0005948>

5.2 摘要

这篇论文提供一种新的、一般性的视角讨论经典谐振子的普遍性，对一微扰系统的能量表示式 $\mathcal{E}(q, \dot{q})$ 利用二变元泰勒展开 (two-variable Taylor expansion)，得到微扰系统自然频率的一般表示式 $\omega = \sqrt{(\partial^2 \mathcal{E} / \partial q^2) / (\partial^2 \mathcal{E} / \partial \dot{q}^2)}$ 。这个结果适用于任何本质上线性化系统，而不需要针对特定情况设立线性化运动方程。这篇论文通过对几个例子分析，说明经典谐振子模型的普遍性，并将结果推广到包含阻尼效应与存在外部驱动源情况。这篇论文提供了一种分析微扰系统稳定性的一种强有力的分析方法。

5.3 贡献或创新点

- 贡献：这篇论文通过论证“能量”函数作为描述物理系统的方式，得到稳定性发生在极值，不稳定性发生在鞍点的事实；利用二变元泰勒展开，重新得到单粒子作为谐振子的运动方程。同时，系统自然频率能够通过关联能量函数的二阶偏微分表示，有 $\omega = \sqrt{(\partial^2 \mathcal{E} / \partial q^2) / (\partial^2 \mathcal{E} / \partial \dot{q}^2)}$ ，其中， $q(t)$ 为动力学位移变量。

接着，这篇论文分析了三种常见的例子，有 mass-spring-damping 系统、LRC 电路、重力单摆系统等。对于可变惯性质量的情况，考虑了梯形摆 (trapezoidal pendulum)，参考该论文 Section VI。

这篇论文的后半部推广前面讨论结果，考虑包含阻尼效应与存在外部驱动源情况，参考 Section VII。

6 储存环自由电子激光的饱和与电子束寿命 [PRE 69]

Saturation and electron-beam lifetime in a storage ring free-electron laser

6.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：R. Bartolini, G. Dattoli, L. Giannessi, L. Mezi, A. Renieri, M. Migliorati, C. Bruni, M. E. Couprie, D. Garzella, and G. Orlandi (主要机构：ENEA，意大利)
- 类型：理论、实验
- 链接：<https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.69.036501>

6.2 摘要

这篇论文以现象学 (phenomenological treatment) 模型分析了储存环自由电子激光 (storage ring free-electron laser, SRFEL) 饱和时的动力学过程。模型包含了纵向不稳定性、Touschek 束内散射与电子束非零能量偏差的贡献等。理论模型等预测与 Super ACO 实验结果大致吻合。

6.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文不完全从第一原理出发，而是通过对储存环与自由电子激光物理过程理解，结合几种相关的效应 (参考下图) 及其各自时间尺度，构建现象学理论模型，讨论当储存环自由电子激光操作在饱和区间时的动力学。储存环自由电子激光涉及的动力学较为复杂，达到饱和时涉及的物理过程不再局限于波荡器内的物理过程，与储存环本身特性也有关系。此外，储存环带来的长时间尺度效应也逐渐影响自由电子激光效能。比起基于直线加速器的单次经过 (single-pass) 自由电子激光通常聚焦于线性或指数增长情况，储存环自由电子激光更关心长时间尺度下的动力学，即平衡态与自由电子激光饱和区间的动力学。
- 贡献：这篇论文主体分为三部分，分别讨论图中的“STI (sawtooth instability)-TIS (Touschek intrabeam scattering)”、“FEL (free electron laser)-TIS (Touschek intrabeam scattering)”、“FEL (free electron laser)-STI (sawtooth instability)”。

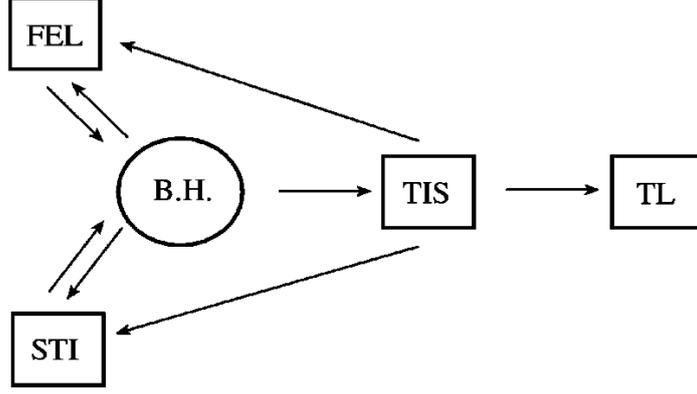


FIG. 1. Loop diagram of dynamical effect in SR-FEL dynamics: beam heating (BH), FEL, sawtooth instability (STI), Touschek in-trabeam scattering (TIS), Touschek lifetime (TL).

第一部分 STI-TIS 的相关演化方程有

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\sigma_i^2 &= \left(\alpha - \frac{2}{\tau_s}\right)\sigma_i^2 \\ \sigma^2(\sigma^2 + \sigma_i^2 + 1)^2 &= R \times f\left(\frac{S}{(\sigma^2 + \sigma_i^2 + 1)^{3/2}}\right) \\ \frac{d}{dt}\alpha &= \left[\frac{A}{(1 + \sigma_i^2 + \sigma^2)^{1/4}} - B(1 + \sigma_i^2 + \sigma^2)^{1/2}\right]\end{aligned}$$

其中, α 为 STI 的增长率参数, $\sigma_i = \frac{\sigma_{\epsilon}}{\sigma_{\epsilon,n}}$, $f(\xi) = \int_{\xi}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} \ln x dx$, $A = \frac{n}{T} \sqrt{\frac{(2\pi)^{3/2} I_0 \nu_s |Z_n/n|}{E_0/(e\sigma_{\epsilon,n})}}$, $B = \frac{2\pi n}{T} \alpha_c \sigma_{\epsilon,n}$ 。注意到, 这里的 n 不是圈数, 而是储存环中相对逐圈运行频率的谐波数 (harmonic number)。另外, $\sigma_{\epsilon,n}$ 为储存环没有 FEL 稳态时的能散。

第二部分 FEL-TIS 的演化方程有

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x_0 &= Ex_0 \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \sigma_1^2 + \sigma^2}} \frac{1}{1 + 1.7\mu_{\epsilon,0}^2 (1 + \sigma_1^2 + \sigma^2)} - r \right] \\ \frac{d}{dt}\sigma_1^2 &= -\frac{2}{\tau_s} (\sigma_1^2 - x_0) \\ \sigma^2 (\sigma^2 + \sigma_1^2 + 1)^2 &= R \times f\left(\frac{S}{(\sigma^2 + \sigma_1^2 + 1)^{3/2}}\right)\end{aligned}$$

其中, $x_0 = \mu x$, $x = \frac{I}{I_s}$, $\mu = \left(\frac{0.433}{N}\right)^2 \frac{\beta}{4} \frac{\tau_s}{T\sigma_{\epsilon,n}^2}$, $\beta = 1.0145 \frac{\pi}{2}$, $r = \frac{\Gamma}{0.85g_0}$, $\mu_{\epsilon,0} = 4N\sigma_{\epsilon,n}$, $E = \frac{0.85g_0}{T}$ 。

第三部分 FEL-STI 的演化方程较直观, 将上面关于 STI-TIS 的 $\frac{d}{dt}\sigma_i^2 = \left(\alpha - \frac{2}{\tau_s}\right)\sigma_i^2$

与 FEL 的 $\frac{d}{dt}\sigma_1^2 = -\frac{2}{\tau_s}(\sigma_1^2 - x_0)$ 结合。

如果将三种情况结合在一起考虑，则有以下微分方程组

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x_0 &= Ex_0 \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \sigma^2 + \bar{\sigma}^2}} \frac{1}{1 + 1.7\mu_{s,0}^2(1 + \sigma^2 + \bar{\sigma}^2)} - r \right] \\ \frac{d}{dt}\bar{\sigma}^2 &= \alpha\bar{\sigma}^2 - \frac{2}{\tau_s}(\bar{\sigma}^2 - x_0) \\ \frac{d}{dt}\alpha &= \left[\frac{A}{(1 + \sigma^2 + \bar{\sigma}^2)^{1/4}} - B(1 + \sigma^2 + \bar{\sigma}^2)^{1/2} \right]\end{aligned}$$

注意到，以上假设 $\sigma_1^2 = \sigma_i^2 = \bar{\sigma}^2$ 的关系，即，FEL 与 STI 导致的加热效应对应到同样部分的束团能散。以上数学方程组即对应上图中系统各种效应的相互关系。

6.4 其它

此组方程是否能够直接应用或经过适当修改到 SSMB，值得琢磨。

7 储存环自由电子激光与自洽谐波产生机制 [JAP 83]

Storage-ring free-electron lasers and self-consistent harmonic generation

7.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：G. Dattoli, A. Di Pace, L. Mezi, and E. Sabia (主要机构：ENEA)
- 类型：理论、数值计算
- 链接：<https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.367319>

7.2 摘要

这篇论文通过构建半解析模型研究了在储存环自由电子激光中产生高次谐波辐射的方案。模型包含了自由电子激光的激光速率方程组 (laser rate equation) 与描述电子束群聚因子的方程。这篇论文发展的半解析模型能够给出有效、可靠的结果，正确性则由更准确的数值计算结果比较而得到验证。

7.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文分析方式维持作者一贯风格，采半解析、现象学方式构建储存环自由电子激光的理论模型。
- 贡献：首先利用 P. Elleaume 的储存环 FEL 功率的速率方程组

$$x_{r+1} = (1 - \eta) \{G(x_r) + 1\} x_r \quad (1)$$

$$\sigma_{i,r+1}^2 = \left(1 - \frac{2T}{\tau_s}\right) \left[\sigma_{i,r}^2 + \left(\frac{0.433}{N}\right)^2 e^{-\beta x_r/2} \left(\frac{\beta x_r}{1 - e^{\beta x_r} - 1}\right) \right]$$

其中， $x = I/I_s$ (I 在此论文中为激光功率，不是激光强度)

$$I_s \left[\frac{\text{MW}}{\text{cm}^2} \right] = 6.9 \times 10^2 \left(\frac{\gamma}{N}\right)^4 [\lambda_u[\text{cm}] K f_B(\xi)]^{-2}$$

$$G(x) = 0.85g_0E(x)B(x)S(x), \quad S(x) = \frac{1 - e^{-\beta x}}{\beta x}$$

$$E(x) = \left[1 + 1.7\mu_\epsilon^2(0) \left(1 + \frac{\sigma_i^2(x)}{\sigma_\epsilon^2(0)} \right) \right]^{-1}$$

$$B(x) = \left(1 + \frac{\sigma_i^2(x)}{\sigma_\epsilon^2(0)} \right)^{-1/2}, \quad \mu_\epsilon(0) = 4N\sigma_\epsilon(0)$$

结合作者在先前论文中得到的关于电子束群聚因子与 FEL 辐射场的运动方程

$$\frac{d}{d\tau}a_n(\tau) = 2i\pi g_n \int_{-\infty}^{+\infty} b_n(v, \tau) dv$$

$$i\frac{d}{d\tau}b_n(v, \tau) = nvb_n(v, \tau) + \frac{|a_0|}{2} \times \frac{\partial}{\partial v} [b_{n-1}(v, \tau) - b_{n+1}(v, \tau)]$$

速率方程组中的束团能散 μ_ϵ 将参与电子束群聚因子或 FEL 辐射场 a_n^r 的演化过程。将电子束能散效应加入 FEL 辐射场的方式通过下式得到，其中应用了 Pade 近似技巧

$$a_n^r \cong \left[1 + \frac{2i\pi g_n}{\sigma_\epsilon^2(0)} \right]^{1/2} (0.8\pi^4 x_r)^{3/2} a_{n,0}(v, \mu_{\epsilon,r}) \left[1 + (0.8\pi^4 x_r) \left(\frac{a_{n,1}(v, \mu_{\epsilon,r})}{a_{n,0}(v, \mu_{\epsilon,r})} - 2\frac{a_{n,2}(v, \mu_{\epsilon,r})}{a_{n,1}(v, \mu_{\epsilon,r})} \right) \right]^{-\chi(v, \mu_{\epsilon,r})}$$

$$\chi(v, \mu_{\epsilon,r}) = \frac{1}{\left(2\frac{a_{n,2}(v, \mu_{\epsilon,r})}{a_{n,1}(v, \mu_{\epsilon,r})^2} a_{n,0}(v, \mu_{\epsilon,r}) - 1 \right)}$$

符号的具体定义参考该论文。

8 光阴极时域整形与扭摆器自压缩引致的增强自放大自发辐射的验证实验 [NJP 22]

Experimental demonstration of enhanced self-amplified spontaneous emission by photocathode temporal shaping and self-compression in a magnetic wiggler

8.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Zhen Zhang, Joseph Duris, James P MacArthur, Alexander Zholents, Zhirong Huang and Agostino Marinelli (主要机构：SLAC)
- 类型：实验、数值模拟
- 链接：<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1367-2630/aba14c>

8.2 摘要

这篇论文在实验上验证了通过增强自放大自发辐射 (enhanced self-amplified spontaneous emission, eSASE) 机制产生的阿秒 (attosecond, as) 软 X 射线自由电子激光 (free electron laser, FEL)。不同于利用外部调制激光，这篇论文通过对光阴极电子枪激光脉冲堆叠 (laser pulse stacking)，对电子束进行时域整形。然后通过电子束在扭摆器与压缩器中的短程相干辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR) 自场形成束团“自压缩”(self compression) 而产生高峰值电流。下游的波荡器则通过磁场渐变 (undulator tapering) 使契合电子束的能量啁啾而产生阿秒自由电子激光脉冲。

此外，这篇论文还利用从头至尾模拟 (start-to-end simulation) 验证这个想法。实验上量测到的辐射谱显示辐射脉冲约为 250 as，光子能量约为 940 eV。

8.3 贡献或创新点

固体内部价电子激发过程涉及的能量尺度约为数个 eV，通过测不准原理知，对应的动力学时间尺度约为亚飞秒量级。这种超快过程的探索过程涵盖材料、化学、凝聚态物理等学科，形成近年兴起的阿秒科学，包含理论与实验视角探索。目前最普遍产生阿秒光脉冲的方式为将一高功率红外激光轰击在原子气体靶，产生带有高次谐波的光场，

称 HHG (high harmonic generation), 目前可以产生约 280 eV (约为 carbon K-edge) 的软 X 射线光。由于目前产生效率非常低, 特别是当 X 射线波长变短时, 光脉冲能量仅在 pJ (10^{-12} Joule) 量级, 无法探索多光子 (multi-photon) 过程。因此, 需要一种有效产生足够能量、强度的光子源方案。基于自由电子激光产生的 X 射线光源, 脉冲能量至少提高六个数量级, 为相关研究提供一个有力工具。

- 创新点: 一般基于 FEL 机制能够达到的最短光脉冲长度约为 $\lambda_c = \lambda_r \times \frac{L_g}{\lambda_w}$ (cooperation length)。以 LCLS 为例, 软 X 射线 (光子能量 < 1 keV) 的 $\lambda_c > 1$ fs; 对硬 X 射线, $\lambda_c < 1$ fs。产生阿秒硬 X 射线脉冲的方案未必适用于软 X 射线。目前已有几种产生阿秒软 X 射线的方案, 这篇论文创新点为通过对光阴极电子枪激光脉冲堆叠, 造成电子束时域整形, 然后通过扭摆器与压缩器中的相干辐射场形成能量调制, 在下游通过调整适当的 R_{56} 使束团压缩而产生高峰值电流。再利用下游波荡器使契合电子束的能量啁啾而产生阿秒自由电子激光脉冲。
- 贡献: 先前 J.P. MacArthur 等人利用波荡器辐射尾场, 这篇论文利用 CSR 场; 前者涉及波荡器共振关系, 后者没有。另一个差别为, 前者产生的能量调制幅度较小, 后者产生的能量调制幅度较大, 并且不需要在束团尾部产生一个局部高峰值电流, 可以简化前端电子束传输磁聚焦结构设计。

经过扭摆器 (wiggler) 前后的束团纵向相空间分布可以分别写为

$$f_0(s, \delta) = \frac{I_0}{\sqrt{2\pi c e \sigma_\delta}} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_s^2} - \frac{\delta^2}{2\sigma_\delta^2}\right)$$

与

$$f_1(s, \delta) = \frac{I_0}{\sqrt{2\pi c e \sigma_\delta}} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_s^2} - \frac{(\delta - \Delta\gamma(s)/\gamma)^2}{2\sigma_\delta^2}\right)$$

其中, 扭摆器中的 CSR 场引起的局域能量改变有

$$\Delta\gamma(s)/\gamma = \hat{A}\sigma_\delta F(s/\sigma_s)$$

其中, $\hat{A} = \frac{\pi r_e K N_w I_0}{\sqrt{2c e \gamma \sigma_\delta (\sigma_s K k_w \gamma^2)^{1/3}}}$, $F(x) = 2^{5/6} \Gamma\left(\frac{4}{3}\right)_1 F_1\left[\frac{7}{6}, \frac{3}{2}, -\frac{x^2}{2}\right] x - 2^{4/3} \Gamma\left(\frac{5}{6}\right)_1 F_1\left[\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{x^2}{2}\right]$ 。

以上效应引致的局部能量啁啾在束团中分两部分, 一部分为正、一部分为负。通过调整下游 R_{56} , 能够对局束团部产生压缩, 如下图 Fig. 3。

在光阴极处, 利用两道激光相差约 3.2 ps 产生一密度调制凹陷 [如下图 Fig. 4(a)], 与平时运行的 0.9 ps 时差不太一样。

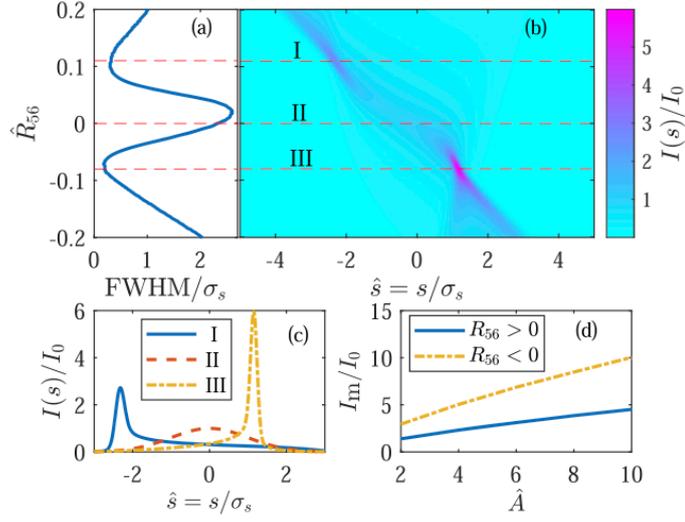


Figure 3. (a): the FWHM of the spike versus the R_{56} with $\hat{A} = 5$; (b): current profiles for different R_{56} with $\hat{A} = 5$; (c) three current profiles for comparison; (d) the maximum peak current amplification factor versus the normalized energy modulation amplitude when $\hat{R}_{56} > 0$ and $\hat{R}_{56} < 0$ respectively. The current profiles are calculated from the analytical model.

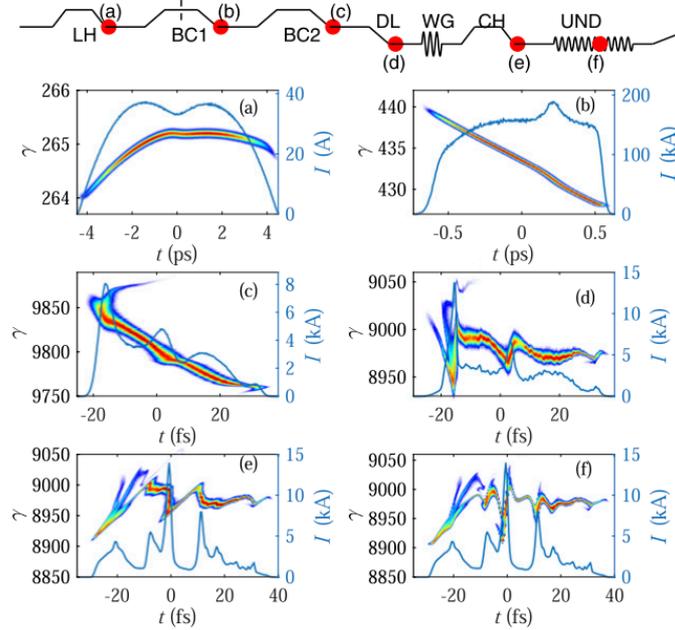


Figure 4. Simulated longitudinal phase space of the beam along the beamline. (a) After laser heater; (b) after BC1; (c) after BC2; (d) after DL; (e) after wiggler and chicane; (f) after 22 undulator sections. Head lies to the right.

8.4 其它

在扭摆器中利用共振关系建立的尾场与相干辐射自场的微妙区别值得琢磨。此外，这篇论文的介绍部分对于光源应用的描述值得借鉴。

日期：2021/5/30

9 基于光学速调管效应的高重频种子自由电子激光高增益谐波产生 [PRAB 24-12]

High repetition rate seeded free electron laser with an optical klystron in high-gain harmonic generation

9.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Georgia Paraskaki, Enrico Allaria, Evgeny Schneidmiller, and Wolfgang Hillert (主要机构：DESY)
- 类型：数值模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.120701>

9.2 摘要

现在许多高增益自由电子激光操作开始加入种子激光模式，产生的激光将同时具有横向与纵向相干性，并且能够一定程度上控制自由电子激光输出频谱的特性。然而，自由电子激光输出波长与脉冲重复频率局限于种子激光系统的特性。在当前可得的激光技术条件下，自由电子激光脉冲的重复频率无法与基于超导技术产生的电子束脉冲重复频率匹配。这篇论文结合种子激光与光学速调管 (optical klystron, OK) 效应⁴，改进目前既有的外种子激光模式，能够缓解⁵对种子激光功率的要求。因此，在同样激光输出波长情况下，能够提高自由电子激光脉冲的重复频率。

这篇论文通过数值模拟给出基于改进的外种子激光高增益谐波产生 (high-gain harmonic generation, HGHG) 模式，在第八至第十五次谐波情况下的模拟结果，验证基于 HGHG 结合光学速调管效应的有效性。最后，还讨论并比较了此种改进设计对一些抖动源 (jitter sources) 的稳定性与单发之间的起伏 (shot-to-shot fluctuation)。

⁴由 N.A. Vinokurov 与 A.N. Skrinsky 在 1977 年首次提出。

⁵主要限制在于种子或调制激光系统自身的热负载问题。热负载承受程度与脉冲能量、重复频率有关。脉冲能量则影响调制深度。

9.3 贡献或创新点

自 2009 年在 SLAC LCLS 首次 X 射线自由电子激光成功运行后，十年间高增益自由电子激光已经蓬勃发展。在可见未来，将致力于往更稳定、全相干、高重频等操作模式推进。

- 创新点：这篇论文提出一种新型的激光调制结合光学速调管效应产生高次谐波的方案，对种子激光功率的缓解可以达到 1000 倍。此种新型方案与传统 HGHG 方案的比较如下图。种子或调制激光不再需要“一步到位”达到必要的调制深度，而是足够产生能量调制，通过 chicane 1 达到高次谐波的密度调制即可，因此缓解对种子激光功率的要求。

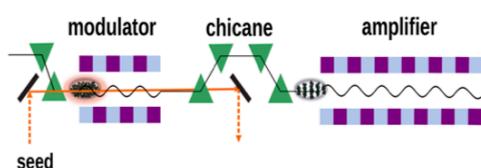


FIG. 1. In a standard HGHG setup, we need one modulator followed by a chicane, before the final FEL amplification at the amplifier. The amplifier is tuned to a harmonic of the seed laser wavelength.

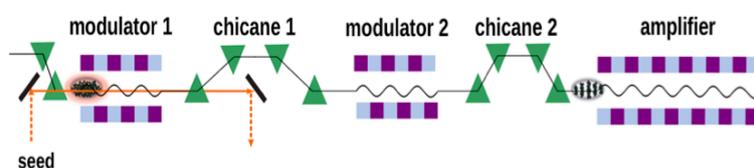
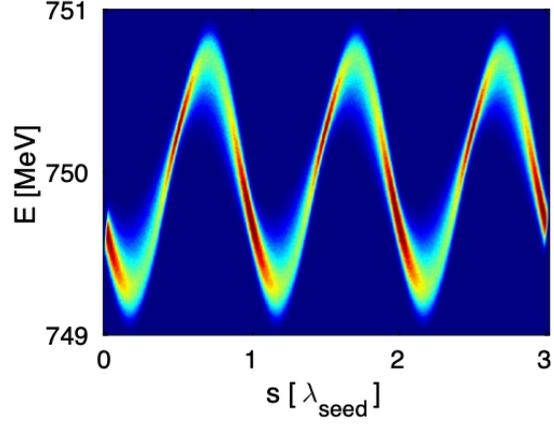


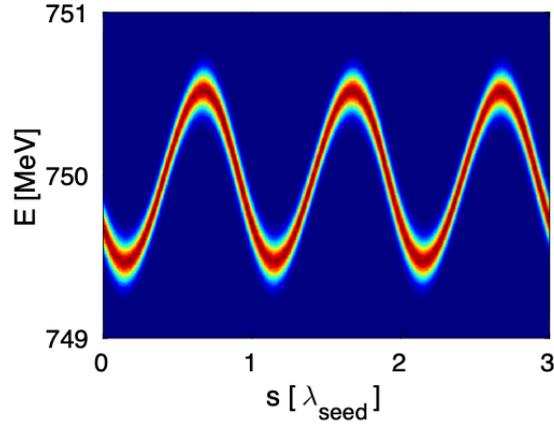
FIG. 2. In an OK-HGHG, we need two pairs of a modulator followed by a chicane. The two modulators are set to the same resonance, chicane 1 is responsible for increasing the bunching at the fundamental wavelength, while chicane 2 is responsible for longitudinal density modulation at a harmonic of the seed laser wavelength. The final FEL amplification of a harmonic of the seed laser wavelength is taking place at the amplifier.

- 贡献：按当前种子或调制激光技术，利用 EEHG 方案，可以达到的波长转换 (down conversion) 大约两个数量级，至软 X 射线，重复频率约几十 Hz。在一些特定情况下，这篇论文提出的结合种子激光与 OK 方案对种子激光功率的缓解可以达到 1000 倍。以上两种方案 (传统 HGHG 与 OK-HGHG) 在下游波荡器入口位置的纵向相空间分布为下图，假设调制密度均达到 8%。

考虑达到不同谐波情况下的最优解，其能散增加与对种子激光功率要求的相对比



(a)



(b)

FIG. 3. (a) Longitudinal phase space after modulator 2 in an OK-HGHG setup (see Fig. 2). With an $R_{56,2} = 51 \mu\text{m}$, we get $b_{10} = 8\%$. (b) Longitudinal phase space after modulator in a standard HGHG setup (see Fig. 1). With an $R_{56} = 67.25 \mu\text{m}$, we get $b_{10} = 8\%$.

例 (相对于传统 HGHG 方案) 参考下图。可以看到, 在增加波荡器长度约 20% 情况下, 这篇论文提出的新方案可以缓解对激光功率的要求达 1000 倍。

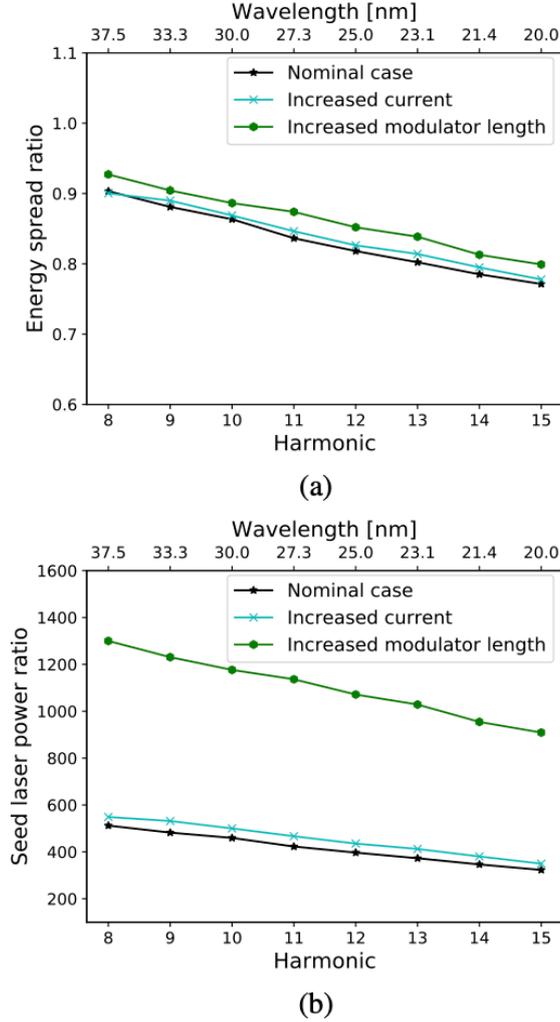
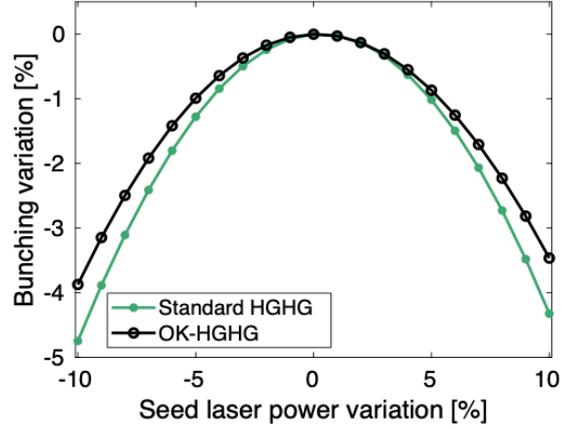
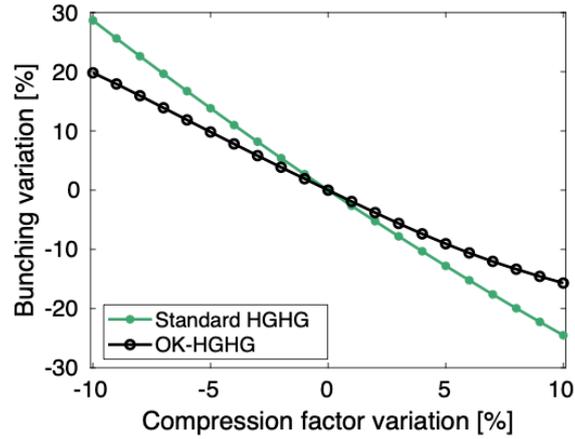


FIG. 4. (a) Required energy spread ratio between the two schemes ($\sigma'_{E,HGHG}/\sigma'_{E,OK-HGHG}$) to obtain 8% bunching at different harmonics. In addition to the standard parameters (Table I) also higher peak current and longer undulators are studied. The energy spread (σ'_E) is measured upstream from the amplifier. (b) Ratio between the minimum seed laser power required for both schemes ($P_{seed,HGHG}/P_{seed,OK-HGHG}$) to obtain the same bunching for the cases studied in (a).

这篇论文还讨论了此种激光调制方案的抖动与稳定性。不像 SASE 存在机制自身的抖动, 还有其它可能因素贡献抖动, 如: 种子激光功率抖动 (seed laser power variation) 与电子束压缩过程 (compression factor variation)。对于这篇论文提出的新方案, 种子激光功率抖动造成的电子束群聚因子改变较传统 HGHG 方案小, 因为新方案的电子束能量调制仅部分依赖于种子激光。量化结果参考下图。



(a)



(b)

FIG. 5. (a) Bunching amplitude response to seed laser power fluctuations for a standard HGHG and an OK-HGHG setup. The nominal seed laser power is 27.7 MW and 54.5 kW for the standard and the OK-HGHG, respectively. (b) Bunching amplitude response to electron beam compression factor fluctuations for a standard HGHG and an OK-HGHG setup. The nominal energy spread and peak current are shown in Table I. They change proportionally when we vary the compression factor.

9.4 其它

对种子或调制激光功率的要求缓解之后,可以增加调制激光的横向尺寸,以减小激光校准的灵敏度 (sensitivity of laser alignment)。

这篇论文的讨论尚未涉及电子束自身可能携带的能量啁啾对最终方案效能的影响。也还未讨论如微束团不稳定性 (microbunching instability) 等集体效应的影响。

10 利用 Lienard-Wiechert 场分析自放大自发辐射自由电子激光过程 [Phys. Plasmas 19]

Analysis of self-amplified spontaneous emission free-electron laser using Lienard-Wiechert fields

10.1 基本信息

- 分类：束流动力学
- 作者：M. R. Kia and B. Maraghechi (Amirkabir University of Technology, 伊朗)
- 类型：数值计算
- 链接：<https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.3696005>

10.2 摘要

这篇论文通过 Lienard-Wiechert 场构建电子束经过平面型扭摆器周期磁场时，受到外部磁场与束团内其它电子产生的辐射场的动力学方程。分析适用于自放大自发辐射自由电子激光 (self-amplified spontaneous emission free-electron laser, SASE FEL) 过程。通过假设单一能量、呈细丝分布的电子束，这里的分析忽略热效应⁶与横向束团尺寸。由于 Lienard-Wiechert 场已经考虑了推迟效应，因此，电子束与辐射场的滑移 (slippage) 已经纳入考虑。数值计算逐个电子的动力学方程，能够体现电子束整体的群聚效应。此外，也讨论了辐射场的空间、时间与角分布的特性。

10.3 贡献或创新点

- 创新点：一般关于自由电子激光过程的分析采求解 $(2N + 1)$ 个动力学方程，其中，辐射场作为一个动力学变量 (dynamical variable) 看待。这篇论文将辐射场按 *Lienard-Wiechert* 场公式构建，将场的效应作用于逐个电子，分析电子束经过平面型扭摆器时的整体动力学。这篇论文考虑一个特定的自放大自发辐射自由电子激光情况，分析得到与既有理论一致的结果。

⁶即，有限能散 (finite energy spread) 产生的效应。

- 贡献: Lienard-Wiechert 场作用在电子上的能量改变可写为

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma_i}{dt} &= -\frac{e}{m_e c} \mathbf{E}(\mathbf{r}_i, t) \cdot \boldsymbol{\beta}_i \\ &= r_0 c \boldsymbol{\beta}_i \cdot \sum_{i \neq j}^{N_e} \left[\frac{\hat{\mathbf{n}}_{ij} - \boldsymbol{\beta}_j}{\gamma_j^2 (1 - \boldsymbol{\beta}_j \cdot \hat{\mathbf{n}}_{ij})^3} R_{ij}^2 + \frac{\hat{\mathbf{n}}_{ij} \times \{(\hat{\mathbf{n}}_{ij} - \boldsymbol{\beta}_j) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}_j\}}{c (1 - \boldsymbol{\beta}_j \cdot \hat{\mathbf{n}}_{ij})^3} R_{ij} \right]_{\text{ret}} \end{aligned}$$

其中, 第一项为空间电荷效应, 对辐射场的贡献几乎可以忽略, 仅导致束团纵向边缘分布的电子偏离有质动力势 (ponderomotive potential), 造成少数粒子丢失。第二项为主要贡献。

这篇论文实际数值求解的方程组为 Eqs. (5)-(7), 其中, 对于每个 time step, 先求解代数方程 Eq. (6) 的 $(z_j)_{\text{ret}}$, 代入 Eqs. (5) 与 (7), 利用四阶 Runge-Kutta 法数值求解, 更新下一个 time step 的 z_i 与 γ_i 。

当初始分布以随机方式产生, 在 100 次取样平均后, 得到饱和长度约为 159 m。当初始分布以均匀相位分布产生, 得到饱和长度为 330 m。差异表明初始分布的粒子或数值噪声将影响饱和长度。这篇论文 Section III 讨论了如何设置初始条件以控制数值噪声而得到正确结果。

下图给出电子束密度与能量调制沿着电子束坐标的分布。有趣的是, 对于平面型波荡器, 由于辐射导致的能量损失在电子束内部的分布形成一能量差异或啁啾。可以看到, 束团尾部比头部更能够满足共振条件⁷⁸。

这篇论文介绍了 two-particle correlation function 的物理图像, 表征在任意 (束团内部的) 两个位置 z_1, z_2 找到两个电子的几率, 定义为

$$c(z_1, z_2) = \langle \rho(z_1) \rho(z_2) \rangle - \langle \rho(z_1) \rangle \langle \rho(z_2) \rangle$$

其中, 第一项对应为 correlated 项, 第二项为 uncorrelated 项。下图给出以 $z_2 = 35 \mu\text{m}$ 为中心而计算的 $c(z_1, z_2)$ 随波荡器位置的关系, 可以看到 $c(z_1, z_2)$ 增加。注意到, 排除束团头尾由于边缘效应的影响, 这个关系与 z_2 选择无关。

⁷如果没有 energy detune。

⁸这个图像似乎与另一个想法“辐射场相对电子束往前滑移并且场强增加, 于是预期束团头部受辐射场调制将损失更多能量”有些冲突。但是, 如果考虑到束团前方电子受到后方 (放大后) 的辐射场调制, 导致能量偏离共振条件, 从而产生在共振波长附近的辐射较少的能量。此一说法似又合理。按这篇论文里的描述, 对于螺旋型波荡器, 将没有此效应。

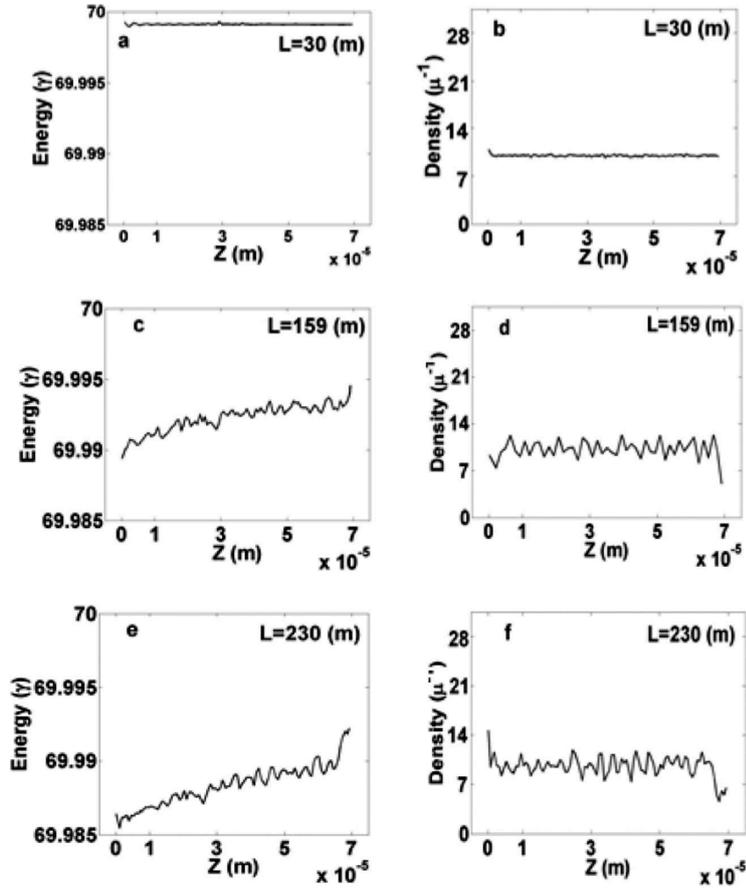


FIG. 2. Evolution of energy (represented by relativistic factor γ) and density (μ^{-1}) of the electron bunch along the wiggler.

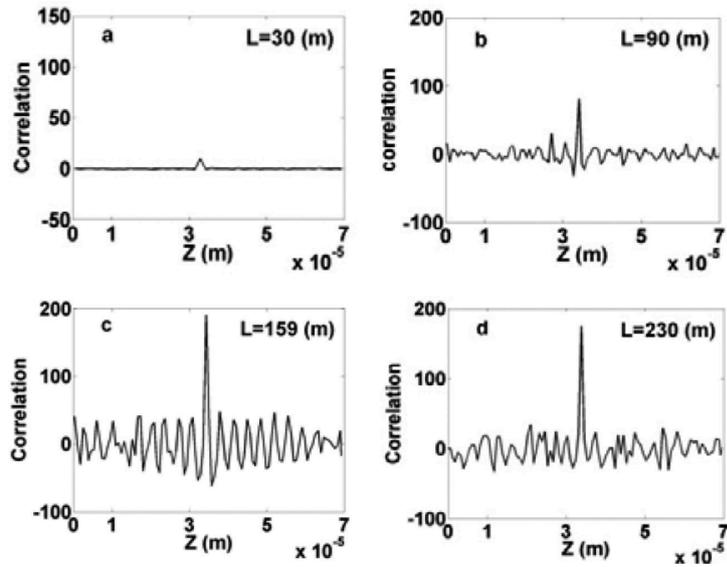


FIG. 3. Evolution of two particle correlation along the wiggler.

10.4 其它

这篇论文求解的电子与辐射场动力学为迭代解，不是自洽解。由论文中经典电子半径 r_0 可知，使用 CGS/Gauss 单位制。